

**А. А. Кураев, В. Д. Ерёмка\*, А. О. Рак**

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники*

*6, ул. П. Бровки, Минск, 220013, Беларусь*

*\*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*

*12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

E-mail: [kurayev@bsuir.by](mailto:kurayev@bsuir.by); [v.yeryomka@gmail.com](mailto:v.yeryomka@gmail.com)

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛНОВОДОВ И РЕЗОНАТОРОВ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПОТОКАМИ

Уравнения возбуждения волноводов и резонаторов сторонними источниками применяют при решении задач в электродинамике, электронике СВЧ и терагерцевой электронике. Авторы ряда монографий описывают алгоритм решения задачи о возбуждении, представляя волновод (или резонатор) в области сторонних токов регулярным и, как следствие, исходя из условия ортогональности собственных волн регулярного волновода в этой области. В реальности сторонние токи заданы на элементах возбуждения (штыри, петли, щели и окна в стенках волновода или резонатора), которые превращают названные электродинамические системы в нерегулярные, происходит дифракция и рассеяние волн в области сторонних источников. В связи с этим общеизвестные уравнения возбуждения из упомянутых монографий нельзя применять при решении задач о возбуждении сторонними источниками нерегулярных электродинамических систем. В вакуумных электронных приборах СВЧ это ограничение отпадает: сторонние электрические токи формируются потоками свободных электронов, а элементы возбуждения – щели, петли, окна – отсутствуют. Однако возникает другое препятствие: в вакуумных источниках микроволнового излучения, в отличие от пассивной электродинамики, области возбуждения не фиксированы в пространстве, поэтому имеет место поперечное фазирование электронов. В данной работе в общем виде сформулированы уравнения возбуждения волноводов и резонаторов электронными потоками в условиях трехмерного фазирования электронов. Применение этих уравнений существенно расширяет область решаемых задач в электродинамике и вакуумной микроволновой электронике (в частности, в электронике новых типов giroприборов). Ил. 1. Библиогр.: 7 назв.

**Ключевые слова:** регулярные волноводы, нерегулярные волноводы, интегралы возбуждения.

Сформулированные в [1–3] уравнения возбуждения регулярных волноводов и резонаторов часто применяют в электродинамике и электронике СВЧ. В [1–3] волновод в области сторонних источников предполагают регулярным, вследствие чего применяют условие ортогональности собственных волн регулярного волновода в этой области. Однако на самом деле сторонние токи (электрические и магнитные) заданы на элементах возбуждения (штыри, петли, щели и окна в стенках волновода), которые делают волновод (или резонатор) в области источников нерегулярным, и его собственные волны оказываются связанными на этих элементах; происходит дифракция и рассеяние волн в области источников. В связи с этим в электродинамике уравнения возбуждения, сформулированные в [1–3], не могут быть использованы.

В электронных приборах это ограничение отпадает: сторонние электрические токи формируются свободными электронами и «устройства возбуждения» отсутствуют. Однако возникает другое препятствие для использования уравнений возбуждения из [1–3] в электронике СВЧ: в отличие от электродинамики, области возбуждения не фиксированы в пространстве, имеет место поперечная фазировка электронов. На это обстоятельство указывалось ранее в монографии [4]. Это обстоятельство не позволяет при анализе в общем случае (трехмерные модели) применять уравнения возбуждения из [1–3] без обобщения

их на случай подвижных источников, как это сделано в [4]. Ниже сформулированы уравнения возбуждения волноводов и резонаторов в общем случае.

**1. Регулярный волновод.** Как показано в [4], возбуждаемые в регулярном волноводе электронными потоками поля представляют в виде:

$$\mathbf{E} = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{E}^n e^{jn\omega t}, \quad \mathbf{H} = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{H}^n e^{jn\omega t}, \quad (1)$$

$$\text{где } \dot{\mathbf{E}}^n = \sum_s (\dot{C}_s^n \mathbf{E}_s^n + \dot{C}_{-s}^n \mathbf{E}_{-s}^n) - \frac{\dot{\delta}_{nl}^e}{jn\omega \epsilon_a},$$

$$\dot{\mathbf{H}}^n = \sum_s (\dot{C}_s^n \mathbf{H}_s^n + \dot{C}_{-s}^n \mathbf{H}_{-s}^n) - \frac{\dot{\delta}_{nl}^m}{jnm\mu_a}.$$

Здесь  $\mathbf{E}_{\pm s}^n$  – напряженность электрического поля попутной (+s) и встречной (-s) относительно оси z  $\pm s$ -й собственной волны волновода на частоте  $n\omega$ ,  $\mathbf{H}_{\pm s}^n$  – напряженность магнитного поля  $\pm s$ -й собственной волны,

$$\dot{\delta}_{nl}^e = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\delta}_l^e e^{-jn\omega t} d\omega t, \quad \dot{\delta}_{nl}^m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\delta}_l^m e^{-jn\omega t} d\omega t, \quad \dot{\delta}_l^e,$$

$\dot{\delta}_l^m$  – продольные (по оси z) составляющие соответственно электрической (индекс e) и магнитной (индекс m) плотности тока.

Амплитуды  $\dot{C}_{\pm s}^n(z)$  собственных волн в соответствии с [4] определены как

$$\dot{C}_s^n(z) = \frac{1}{N_s^n \pi} \int_0^{2\pi} \int_{S_\perp} (\dot{\delta}^e \mathbf{E}_{-s}^n - \dot{\delta}^m \mathbf{H}_{-s}^n) dS_\perp e^{-jn\omega t} dz d\omega t, \quad (2)$$

$$\dot{C}_{-s}^n(z) = \frac{1}{N_s^n \pi} \int_0^{2\pi} \int_{S_\perp} (\dot{\delta}^e \mathbf{E}_s^n - \dot{\delta}^m \mathbf{H}_s^n) dS_\perp e^{-jn\omega t} dz d\omega t.$$

Здесь  $N_s^n$  – норма  $+s$  волны, область источников  $0 \leq z \leq z_0$ .

В уравнениях возбуждения из [1–3]  $\dot{C}_{\pm s}^n(z)$  выражают через  $n$ -е гармоники плотностей тока

$$\dot{\delta}_n^e = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\delta}_n^e e^{-jn\omega t} d\omega t, \quad \dot{\delta}_n^m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \dot{\delta}_n^m e^{-jn\omega t} d\omega t,$$

$$C_s^n(z) = \frac{1}{N_s^n} \int_0^z \int_{S_\perp} (\dot{\delta}_n^e \mathbf{E}_{-s}^n - \dot{\delta}_n^m \mathbf{H}_{-s}^n) dS_\perp dz, \quad (3)$$

$$C_{-s}^n(z) = \frac{1}{N_s^n} \int_z^{z_0} \int_{S_\perp} (\dot{\delta}_n^e \mathbf{E}_s^n - \dot{\delta}_n^m \mathbf{H}_s^n) dS_\perp dz.$$

Таким образом, поперечная фазовая группировка в (3) исключена. В частности, в соответствии с (3) в таких приборах, как пениотрон, гирокон, гиротон, приборах  $M$ - $J$  типа  $C_{\pm s}^n = 0$ , поскольку  $\delta_n^e$ ,  $\delta_n^m$  в этих приборах равны нулю, что показывает ошибочность (3) в этих случаях.

**2. Нерегулярный волновод [5].** Рассмотрим задачу возбуждения однородно заполненного нерегулярного волновода, боковая поверхность которого  $S_b$  отличается от регулярной цилиндрической поверхности. Эта задача сводится к решению системы уравнений Максвелла

$$\begin{cases} \text{rot} \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \\ \text{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \end{cases} \quad (4)$$

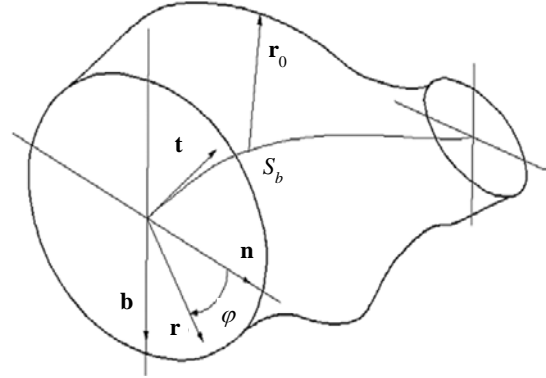
с граничными условиями [6]

$$[\mathbf{n}, \mathbf{E}] \Big|_{S_b} = \sqrt{\frac{\mu_\sigma}{\pi \sigma}} \int_0^t \frac{\partial [\mathbf{n}, [\mathbf{H}, \mathbf{n}]] \Big|_{S_b}}{\partial u} \frac{du}{\sqrt{t-u}}, \quad (5)$$

где  $\sigma$  – удельная проводимость стенок волновода;  $\mu_\sigma$  – их магнитная проницаемость;  $u \in [0, t]$  – аргумент интеграла, кроме того решение задачи должно удовлетворять условиям излучения в начальном и конечном сечениях волновода.

Плотность электрического тока  $\mathbf{J}$  определяется электронным потоком в приборе. Теория возбуждения нерегулярного волновода строится на основе метода преобразования координат. Для решения задачи введем криволинейную систему координат  $(r, \varphi, s)$ , связанную с геометрией волно-

вода ( $r, \varphi$  – полярные координаты в плоскости поперечного сечения волновода,  $s$  – длина дуги оси волновода). Схема нерегулярного волновода приведена на рисунке.



Геометрия нерегулярного волновода

Здесь  $\mathbf{t} = \mathbf{r}'/|\mathbf{r}'|$  – единичный вектор касательной к оси волновода;  $\mathbf{n} = \mathbf{r}''/|\mathbf{r}''| = \frac{1}{k} \mathbf{r}''$  – единичная нормаль к поверхности;  $\mathbf{b} = \mathbf{t} \times \mathbf{n}$  – бинормаль к оси волновода. Эти три величины связаны с помощью формул Френе – Серре:

$$\mathbf{t}' = k \mathbf{n}, \quad \mathbf{n}' = -k \mathbf{t} + \tau \mathbf{b}, \quad \mathbf{b}' = -\tau \mathbf{n}, \quad (6)$$

где  $k = 1/\rho_k = |\mathbf{r}''|$  – угловая скорость вращения касательной вокруг бинормали;  $\rho_k$  – радиус кривизны;  $\tau = 1/\rho_\tau = \frac{1}{k} \mathbf{r}' \mathbf{r}'' \mathbf{r}'''$  – угловая скорость вращения бинормали вокруг касательной;  $\rho_\tau$  – радиус кручения. Декартовы прямоугольные координаты произвольной точки  $(x, y, z)$  внутри волновода связаны с введенными координатами  $(\rho, \varphi, s)$  соотношением

$$\mathbf{r}(\rho, \varphi, s) = \mathbf{R}(s) + \rho r_b(\varphi, s) \{ \mathbf{n}(s) \cos(\varphi) + \mathbf{b}(s) \sin(\varphi) \}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор произвольной точки внутри волновода;  $\mathbf{R}(s)$  – уравнение оси волновода в декартовой системе координат;  $\mathbf{n}(s)$  и  $\mathbf{b}(s)$  – единичные векторы главной нормали и бинормали оси волновода, определенные как функции ее длины;

$$\rho = r/r_b(\varphi, s), \quad (8)$$

где  $r = r_b(\varphi, s)$  – уравнение контура поперечного сечения волновода в системе координат  $(r, \varphi, s)$ . Тогда в системе координат  $(r, \varphi, s)$  уравнение боковой поверхности рассматриваемого волновода принимает вид

$$\rho = 1. \quad (9)$$

В новой не ортогональной системе координат выражение для первого уравнения Максвелла имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g} \left\{ \left( \frac{\partial H'_s}{\partial \varphi} - \frac{\partial H'_\varphi}{\partial s} \right) \mathbf{a}_\rho + \left( \frac{\partial H'_\rho}{\partial s} - \frac{\partial H'_s}{\partial \rho} \right) \mathbf{a}_\varphi + \right. \\ & \left. + \left( \frac{\partial H'_\varphi}{\partial \rho} - \frac{\partial H'_\rho}{\partial \varphi} \right) \mathbf{a}_s \right\} = \varepsilon_0 \left\{ \frac{\partial E'_s}{\partial \varphi} \mathbf{a}^\rho + \frac{\partial E'_\varphi}{\partial t} \mathbf{a}^\varphi + \right. \\ & \left. + \frac{\partial E'_s}{\partial t} \mathbf{a}^s \right\} + \left\{ J'^E_\rho \mathbf{a}^\rho + J'^E_\varphi \mathbf{a}^\varphi + J'^E_s \mathbf{a}^s \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $(E'_\rho, E'_\varphi, E'_s), (H'_\rho, H'_\varphi, H'_s), (J'^E_\rho, J'^E_\varphi, J'^E_s)$  – ковариантные компоненты векторов  $\mathbf{E}', \mathbf{H}'$  и  $\mathbf{J}'$  в данной системе координат, пропорциональные проекциям этих векторов на основные координатные векторы  $\mathbf{a}_\rho, \mathbf{a}_\varphi, \mathbf{a}_s$ . Контравариантные векторы  $\mathbf{a}^\rho, \mathbf{a}^\varphi, \mathbf{a}^s$  образуют взаимную систему. Аналогичным образом записывается и второе уравнение из (4). Умножив (10) на взаимные векторы, получим ковариантную форму записи уравнений Максвелла в новой системе координат. Например, первое из уравнений запишется в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H'_s}{\partial \varphi} - \frac{\partial H'_\varphi}{\partial s} = \varepsilon_0 \sqrt{g} \left\{ g^{11} \frac{\partial E'_\rho}{\partial t} + g^{12} \frac{\partial E'_\varphi}{\partial t} + \right. \\ & \left. + g^3 \frac{\partial E'_s}{\partial t} \right\} + \left\{ g^{11} J'^E_\rho + g^{12} J'^E_\varphi + g^3 J'^E_s \right\}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $g^{ik}$  – метрические коэффициенты.

Аналогичный вид будут иметь и остальные пять уравнений. Граница волновода  $S_b$  в новой системе координат имеет вид (9).

Это позволяет искать решение волновых уравнений (11) в виде разложений по системе базисных функций регулярного цилиндрического волновода. Например, для периодических во времени полей ( $\omega = 2\pi/T$ ) можно искать решение (11) для электрической и магнитной напряженностей полей в виде

$$\begin{cases} E'_{1t} = \text{Re} \sum_m \dot{\mathbf{E}}_{1tm} e^{jm\omega t}, \\ E'_{1s} = \text{Re} \sum_m \dot{\mathbf{E}}_{1sm} e^{jm\omega t}, \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\begin{cases} \mathbf{E}'_{1tm} = \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N (\dot{\mathbf{A}}_{mni}^E \mathbf{e}_{ni}^E + \dot{\mathbf{A}}_{mni}^M \mathbf{e}_{ni}^M), \\ \mathbf{E}'_{1sm} = \sum_{i=1}^I \sum_{n=-N}^N \dot{C}_{mni} \varphi_{ni}, \\ \mathbf{H}_{1m} = \frac{j}{m\omega\mu_0} g^{-1} \text{rot} \mathbf{E}_{1m}, \end{cases} \quad (13)$$

а собственные функции регулярного волновода выражены следующими соотношениями:

$$\begin{cases} e_{rmi}^E = J'_n(v_m \rho) e^{-jn\varphi}, \\ e_{rmi}^M = -\frac{n}{\mu_{ni} \rho} J_n(\mu_m \rho) e^{-jn\varphi}, \\ e_{\varphi ni}^E = -\frac{jn}{v_{ni} \rho} J_n(v_{ni} \rho) e^{-jn\varphi}, \\ e_{rmi}^M = j J'_n(\mu_m \rho) e^{-jn\varphi}, \\ \varphi_{ni} = J_n(v_m \rho) e^{-jn\varphi}. \end{cases} \quad (14)$$

Здесь  $m$  – номер гармоники основной частоты  $\omega$ ;  $n$  – азимутальный индекс;  $i$  – радиальный индекс;  $j$  – мнимая единица;  $v_{ni}$  – корни функции Бесселя ( $J_n(v_{ni}) = 0$ );  $\mu_n$  – корни производной от функции Бесселя ( $J'_n(\mu_{ni}) = 0$ ). Направляющие векторы новой (косоугольной) системы координат  $(\rho, \varphi, s)$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_\rho &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} = r_b(\varphi, s)(n(s) \cos \varphi + \\ &+ b(s) \sin \varphi) = r_b \mathbf{r}_0, \\ \mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_\varphi &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \rho} = \rho \frac{\partial r_b}{\partial \rho} (n(s) \cos \varphi + \\ &+ b(s) \sin \varphi) + \rho r_b (-n(s) \sin \varphi + \\ &+ b(s) \cos \varphi) = \rho \frac{\partial r_b}{\partial \rho} \mathbf{r}_0 + \rho r_b \varphi_0, \\ \mathbf{a}_3 = \mathbf{a}_s &= \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s} = \rho \frac{\partial r_b}{\partial s} (n(s) \cos \varphi + \\ &+ b(s) \sin \varphi) + \rho r_b \tau (-n(s) \sin \varphi + \\ &+ b(s) \cos \varphi) + t(1 - k \rho r_b) = \\ &= \rho \frac{\partial r_b}{\partial s} \mathbf{r}_0 + \rho r_b \tau \varphi_0 + \\ &+ \mathbf{t}(1 - k \rho r_b \cos \varphi). \end{aligned} \quad (15)$$

Взаимная система контравариантных векторов записывается через основную:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^1 = \mathbf{a}^\rho &= \frac{1}{r_b} \mathbf{r}_0 - \frac{1}{r_b^2} \frac{\partial r_b}{\partial \rho} \varphi_0 + \\ &+ \frac{\rho}{r_b h_4} \left( \frac{\partial r_b}{\partial \rho} \tau - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right) \mathbf{t}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\mathbf{a}^2 = \mathbf{a}^\varphi = \frac{1}{\rho r_b} \varphi_0 - \frac{\tau}{h_4} \mathbf{t}, \quad \mathbf{a}^3 = \mathbf{a}^s = t/h_4.$$

Уравнения Максвелла (4) в новых координатах  $(\rho, \varphi, s)$  в ковариантной форме имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{H}' &= \varepsilon_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} + \hat{g} \mathbf{J}', \\ \text{rot} \mathbf{E}' &= \mu_0 \hat{g} \frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t}. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь метрический тензор  $\hat{g}$  записывается как

$$\hat{g} = \sqrt{g} \begin{pmatrix} g^{11}/\rho, & g^{12}, & g^{13}/\rho \\ g^{21}, & \rho g^{22}, & g^{23} \\ g^{31}/\rho, & g^{32}, & g^{33}/\rho \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где  $g^{ij} = (\mathbf{a}^i, \mathbf{a}^j)$ ;  $\sqrt{g} = \mathbf{a}^1[\mathbf{a}^2, \mathbf{a}^3] = \rho r_b^2 h_4$ .

Составляющие метрического тензора следующие:

$$\begin{aligned} g^{11} &= \frac{1}{r_b^2} + \frac{1}{r_b^4} \left( \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} \right)^2 + \frac{\rho^2}{r_b^2 h_4} \left[ \tau(s) \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right], \\ g^{22} &= \frac{1}{r_b^2 \rho^2} + \frac{\tau^2(s)}{h_4^2}, \\ g^{12} &= -\frac{1}{r_b^3 \rho} \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\rho \tau(s)}{r_b h_4^2} \left[ \tau(s) \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right], \\ g^{23} &= -\frac{\tau(s)}{h_4^2}, \\ g^{13} &= \frac{\rho}{r_b h_4^2} \left[ \tau(s) \frac{\partial r_b}{\partial \varphi} - \frac{\partial r_b}{\partial s} \right], \quad g^{33} = \frac{1}{h_4^2}, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $h_4 = 1 - \rho r_b(\varphi, s) k(s) \cos \varphi$ ;  $k(s)$  и  $\tau(s)$  – соответственно кривизна и кручение оси волновода. Реальные физические векторы определяются через расчетные (штрихованные) следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= E'_\rho \mathbf{a}^1 + E'_\varphi \rho \mathbf{a}^2 + E'_s \mathbf{a}^3, \\ \mathbf{H} &= H'_\rho \mathbf{a}^1 + H'_\varphi \rho \mathbf{a}^2 + H'_s \mathbf{a}^3, \\ \mathbf{J} &= J'_\rho \mathbf{a}^1 + J'_\varphi \rho \mathbf{a}^2 + J'_s \mathbf{a}^3. \end{aligned} \quad (20)$$

Для решения (17) воспользуемся методом Галеркина, который заключается в том, что коэффициенты разложений (13) определяются из условия ортогональности невязок уравнения (17) собственным векторам разложения (14) при любом  $s$ :

$$\left. \begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \text{rot} \left( g^{-1} \text{rot} \mathbf{E}'_1 \right) + \mu_0 g \left[ \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}'_1}{\partial t^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\partial \mathbf{J}'}{\partial t} \right] \right\} \mathbf{e}_{ni}^{E, M^*} \rho d\varphi d\rho e^{-im\omega t} d\omega = 0, \\ & \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \text{rot} \left( g^{-1} \text{rot} \mathbf{E}'_1 \right) + \mu_0 g \left[ \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}'_1}{\partial t^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\partial \mathbf{J}'}{\partial t} \right] \right\} \varphi_{ni} \rho d\varphi d\rho e^{-im\omega t} d\omega = 0. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Это наиболее общее решение задачи возбуждения волновода произвольной формы.

### 3. Резонатор с импедансными стенками.

Как показано в [7], вблизи резонанса с  $p$ -м типом

колебаний в резонаторе, колебания этого типа описываются уравнением:

$$\mathbf{E} = A_p \mathbf{E}_p, \quad \mathbf{H} = B_p \mathbf{H}_p,$$

$$\begin{aligned} B_p &= -j \left[ \frac{\omega V_p^m + \omega_p V_p^e}{\omega_p^2 - \omega^2 + \omega \omega_p (j-1) Q_p^{-1}} \right] N_p, \\ A_p &= -j \left[ \frac{\omega_p V_p^m + [\omega - \omega_p (j-1) Q_p^{-1}] V_p^e}{\omega_p^2 - \omega^2 + \omega \omega_p (j-1) Q_p^{-1}} \right] N_p. \end{aligned}$$

Здесь  $\omega_p$  – собственное значение для  $\mathbf{E}_p, \mathbf{H}_p$  собственных функций идеального резонатора сравнения [7],  $\omega$  – частота возбуждения,

$$Q_p^{-1} = \sqrt{\frac{\mu_\sigma}{2\sigma}} \int_{S_p} H_{mp}^2 dS_p / \int_{V_p} \mu_a H_{pm}^2 dV_p \omega_p.$$

Интегралы возбуждения  $V_p^m, V_p^e$  имеют вид:

$$V_p^e = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{V_p} \dot{\delta}^e \mathbf{E}_p^* dV_p e^{-j\omega t} d\omega t; \quad (22)$$

$$V_p^m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_{V_p} \dot{\delta}^m \mathbf{H}_p^* dV_p e^{-j\omega t} d\omega t. \quad (23)$$

Здесь  $V_p$  – объем резонатора,  $S_p$  – поверхность стенки резонатора.

**Выводы.** Приведенные в статье формулы интегралов возбуждения позволяют при решении возникающих задач применять теорию возбуждения волноводов и резонаторов электронными потоками в общем виде, когда возможна трехмерная фазировка электронов.

### Библиографический список

1. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. – М.: Сов. радио, 1957. – 581 с.
2. Вайнштейн Л. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике / Л. А. Вайнштейн, В. А. Солнцев. – М.: Сов. радио, 1973. – 399 с.
3. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
4. Кураев А. А. Сверхвысокочастотные приборы с периодическими электронными потоками / А. А. Кураев. – Минск: Наука и техника, 1971. – 310 с.
5. Колосов С. В. Уравнения возбуждения нерегулярных волноводов с конечной проводимостью стенок / С. В. Колосов, А. А. Кураев, А. В. Сенько // Техника и приборы СВЧ. – 2009. – № 2. – С. 8–13.
6. Ерофеев В. Т. Математические модели в электродинамике: в 2 ч. Ч. 2 / В. Т. Ерофеев, И. С. Козловская. – Минск: Изд-во БГУ, 2008. – 168 с.
7. Кураев А. А. Возбуждение объемных резонаторов с конечной проводимостью стенок / А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. О. Рак // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2007. – № 3. – С. 93–99.

Рукопись поступила 26.05.2015.

A. A. Kurayev, V. D. Yeryomka, A. O. Rak

## EXCITATIONS OF WAVEGUIDES AND CAVITIES BY ELECTRON FLOWS

The equations of excitation of waveguides and resonators by foreign sources are used for solving problems in electrostatics, microwave and terahertz electronics. The authors of several monographs describe the algorithm for solving the problem of excitation, presenting a waveguide (or a resonator) in the area of foreign currents as a regular one, and as a result in terms of orthogonality of eigen modes of regular waveguide in this area. In reality, foreign currents are set on excitation elements (pins, loops, slots and apertures in the sides of a waveguide or resonator), which transform the mentioned electrostatics systems into irregular, diffraction and wave scattering take place in the area of foreign sources. Therefore, the well-known equations of excitation from the mentioned monographs cannot be applied for solving problems on excitation of irregular electrostatics systems by foreign sources. In vacuum electron microwave devices this limitation is removed: foreign electric currents are formed by free electrons currents and excitation elements i.e. slots, loops and apertures are absent. However, there is another obstacle: in vacuum sources of microwave radiation unlike passive electrostatics, the areas of excitation are not fixed in space, that is why transversal electrons phasing takes place. In this paper we formulated equations of excitation of waveguides and resonators by electron currents under transversal electrons phasing. Application of these equations considerably expands the area of solved problems in electrostatics and vacuum microwave electronics (in particular, in electronics of gyro devices of new type).

**Key words:** regular waveguides, irregular waveguides, excitation integral.

О. О. Кураев, В. Д. Єрьомка, А. О. Рак

## ЗБУДЖЕННЯ ХВИЛЕВОДІВ І РЕЗОНАТОРІВ ЕЛЕКТРОННИМИ ПОТОКАМИ

Рівняння збудження хвилеводів і резонаторів сторонніми джерелами застосовують для розв'язання задач в електродинаміці, електроніці НВЧ і терагерцовій електроніці. Автори низки монографій описують алгоритм розв'язання задачі про збудження, представляючи хвилевід (або резонатор) в області сторонніх струмів регулярним і, як наслідок, виходячи з умови ортогональності власних хвиль регулярного хвилеводу в цій області. У реальності сторонні струми задані на елементах збудження (штирі, петлі, щілини і вікна в стінках хвилеводу або резонатора), які перетворюють названі електродинамічні системи на нерегулярні, відбувається дифракція і розсіяння хвиль в області сторонніх джерел. У зв'язку з цим загальновідомі рівняння збудження із згаданих монографій не можна застосовувати для розв'язання задач про збудження сторонніми джерелами нерегулярних електродинамічних систем. У вакуумних електронних приладах НВЧ це обмеження відповідає: сторонні електричні струми формуються потоками вільних електронів, а елементи збудження – щілини, петлі, вікна – відсутні. Проте виникає інша перешкода: у вакуумних джерелах мікрохвильового випромінювання, на відміну від пасивної електродинаміки, області збудження не фіксовані в просторі, тому має місце поперечне фазування електронів. У цій роботі в загальному вигляді сформульовані рівняння збудження хвилеводів і резонаторів електронними потоками в умовах тривимірного фазування електронів. Застосування цих рівнянь істотно розширює область розв'язуваних задач в електродинаміці і вакуумній мікрохвильовій електроніці (зокрема, в електроніці нових типів гіроприладів).

**Ключові слова:** регулярні хвилеводи, нерегулярні хвилеводи, інтеграли збудження.