

Ю. О. Аверков, Ю. В. Прокопенко, В. М. Яковенко

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины

12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина

E-mail: yuriyaverkov@gmail.com

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ТРУБЧАТОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ПЛАЗМОПОДОБНОЙ СРЕДОЙ

В последнее время большое внимание уделяется вопросам генерации излучения миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов длин волн, возникающего при взаимодействии потоков заряженных частиц с твердотельными структурами. Однако на сегодняшний день отсутствует последовательное теоретическое описание подобного рода эффектов. В связи с этим в настоящей работе выполнено подробное теоретическое исследование эффекта неустойчивости нерелятивистского бесконечно тонкого трубчатого электронного пучка, движущегося в вакууме над диэлектрическим (плазмподобным) цилиндром. В силу нерелятивистского характера движения пучка расчеты выполнены в электростатическом приближении. Рассмотрены случаи постоянной и зависящей от частоты диэлектрической проницаемости цилиндра. Построены дисперсионные кривые возбуждаемых мод и исследованы зависимости инкрементов (декрементов) этих мод от величины радиуса пучка и азимутального модового индекса. Показано, что как для диэлектрической, так и для плазмподобной среды величины инкрементов (декрементов) возбуждаемых мод максимальны при нулевом значении азимутального волнового числа, а по мере роста этого числа наибольшие величины инкрементов (декрементов) возбуждаемых мод убывают. Установлено, что при наличии частотной зависимости диэлектрической проницаемости среды возможно возникновение абсолютной пучковой неустойчивости, область существования которой лежит в конечном интервале значений продольного волнового числа. Ил. 11. Библиогр.: 16 назв.

Ключевые слова: электронный пучок, волна пространственного заряда, пучковая неустойчивость, инкремент неустойчивости.

С момента обнаружения пучково-плазменной неустойчивости в 1949 г. вопросам изучения физики этого эффекта было посвящено большое число экспериментальных и теоретических работ (см. [1] и цитированную в ней литературу). Особое место занимают работы, посвященные изучению пучковой неустойчивости в твердотельной плазме. Так, в работе [2] был описан эффект так называемой резистивной неустойчивости, возникающей вследствие поглощения диэлектрической среды, в которой распространяется электронный поток. Возбуждение спиновых и плазменных волн в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн потоками заряженных частиц исследовалось в [3–5].

В недавней работе [6] было экспериментально зарегистрировано излучение электромагнитных волн в автоколебательной системе на базе высокочастотного квазиоптического диэлектрического резонатора, возбуждаемого многоструйным релятивистским электронным пучком. В такой системе в основе механизма взаимодействия потока заряженных частиц с полями собственных колебаний (типа «шепчущей галереи») цилиндрического диэлектрического резонатора, по-видимому, лежит эффект Вавилова–Черенкова [7–9]. Обнаружение этих волн и изучение возможности их возбуждения, а также последствий их проявления в данной и подобных электродинамических системах представляют особый интерес в современной радиофизике.

В настоящей работе теоретически исследовано взаимодействие нерелятивистского трубчатого квазинейтрального плазменного потока с колебаниями в цилиндре, представляющем собой

плазмподобную среду. Наличие частотной дисперсии диэлектрической проницаемости среды приводит к возникновению новых ветвей электростатических волн, обладающих малыми фазовыми скоростями. Благодаря этому возникают интересные особенности при их взаимодействии с потоком заряженных частиц, например, абсолютная неустойчивость.

1. Постановка задачи и основные уравнения. Рассмотрим однородный и изотропный цилиндр с радиусом ρ_1 , для которого материальное уравнение имеет вид

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^t \hat{\epsilon}(t-t') \vec{E}(\vec{r}, t') dt',$$

где $\hat{\epsilon}(t-t')$ – функция отклика. Цилиндрическую среду считаем немагнитной.

Выберем цилиндрическую систему координат так, чтобы ось z была направлена вдоль оси цилиндра (рис. 1).



Рис. 1. Геометрия структуры

Квазинейтральный трубчатый электронный пучок с радиусом $\rho_0 \geq \rho_1$ движется параллельно оси цилиндра со скоростью $v_0 \ll c$ (где

c – скорость света в вакууме). Толщина стенки пучка a много меньше длин возбуждаемых пучком волн, поэтому в дальнейших вычислениях будем считать стенку пучка бесконечно тонкой. Среду в зазоре между цилиндром и электронным пучком ($\rho_1 < \rho < \rho_0$) и за пучком ($\rho > \rho_0$) будем считать вакуумом.

Из-за нерелятивистского пучка будем использовать электростатическое приближение, когда скорость света в вакууме можно считать бесконечно большой величиной. Наша задача заключается в том, чтобы получить дисперсионное уравнение электростатических колебаний в рассматриваемой системе. Исходная система представляет собой уравнения электростатики, дополненные линеаризованными уравнениями непрерывности и движения для электронов пучка:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{D} = 4\pi e n_{2D}(\varphi, z, t) \delta(\rho - \rho_0), \quad (1)$$

$$e \frac{\partial n_{2D}(\varphi, z, t)}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j}_{2D}(\varphi, z, t) = 0,$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = \frac{e}{m} \vec{E},$$

где e – заряд электрона; $n_{2D}(\varphi, z, t) = N_{3D}(\varphi, z, t)a$ – переменная составляющая двумерной плотности электронов пучка, зависящая от азимутальной φ и аксиальной z координат и времени t ; $N_{3D}(\varphi, z, t)$ – переменная составляющая трехмерной плотности электронов пучка; $\delta(x)$ – функция Дирака; $\vec{j}_{2D}(\varphi, z, t) = j_\varphi(\varphi, z, t)\vec{e}_\varphi + j_z(\varphi, z, t)\vec{e}_z$ – плотность тока электронного пучка; \vec{v} и m – переменная составляющая скорости и масса электрона.

В принятом в данной работе линейном приближении для компонент плотности тока пучка имеем

$$j_\varphi(\varphi, z, t) = e n_{2D,0} v_\varphi(\varphi, z, t),$$

$$j_z(\varphi, z, t) = e n_{2D}(\varphi, z, t) v_0 + e n_{2D,0} v_z(\varphi, z, t),$$

где $v_\varphi(\varphi, z, t)$ и $v_z(\varphi, z, t)$ – переменные азимутальная и аксиальная (продольная) составляющие скорости электронов пучка.

Введем потенциал $\psi(\vec{r}, t)$ электрического поля в произвольной точке пространства с радиус-вектором \vec{r} в произвольный момент времени t , для которого

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -\nabla \psi(\vec{r}, t).$$

Представим его в виде следующего набора пространственно-временных гармоник:

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega d q_z \psi_n(\rho, q_z, \omega) \times \exp[i(q_z z + n\varphi - \omega t)],$$

где ω , q_z , n – частота, продольное волновое число и азимутальный модовый индекс волны. Тогда система уравнений (1) сводится к следующему уравнению для фурье-компонент потенциала $\psi_n \equiv \psi_n(\rho, q_z, \omega)$:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \psi_n}{\partial \rho} \right) - \frac{n^2}{\rho^2} \psi_n - q_z^2 \psi_n = 0.$$

С учетом конечности величины $\psi_n(\rho, q_z, \omega)$ при $\rho \rightarrow 0$ и $\rho \rightarrow \infty$ решение этого уравнения можно представить в виде

$$\psi_n = \begin{cases} C I_n(q\rho), & \rho < \rho_1, \\ A_1 I_n(q\rho) + A_2 K_n(q\rho), & \rho_1 < \rho < \rho_0, \\ B K_n(q\rho), & \rho > \rho_0, \end{cases}$$

где $q = |q_z|$; $I_n(q\rho)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода (функция Инфельда) n -го порядка; $K_n(q\rho)$ – модифицированная функция Бесселя второго рода (функция Макдональда) n -го порядка [10]; C, A_1, A_2, B – функционально связанные между собой постоянные.

Для нахождения дисперсионного уравнения колебаний в рассматриваемой системе необходимо воспользоваться граничными условиями для электрических полей при $\rho = \rho_1$ и $\rho = \rho_0$. Эти условия следующие: при $\rho = \rho_1$ непрерывны потенциалы и нормальные составляющие электрической индукции, а при $\rho = \rho_0$ нормальные составляющие электрической индукции испытывают разрыв, вызванный возмущенным зарядом пучка.

Условие разрыва нормальной составляющей электрической индукции получается путем интегрирования уравнения Пуассона в (1) по толщине пучка. С учетом решений уравнения непрерывности и уравнений движения электронов пучка условие для разрыва производной потенциала $\partial \psi_n / \partial \rho$ имеет вид

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right|_{\rho_0+0} - \left. \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right|_{\rho_0-0} = - \frac{\omega_b^2 a}{\rho_0^2 (\omega - q_z v_0)^2} \times (n^2 + \rho_0^2 q_z^2) \psi,$$

где $\omega_b = \sqrt{4\pi e^2 N_{0,3D} / m}$ – плазменная частота пучка, $N_{0,3D}$ – равновесная концентрация электронов пучка.

Выполнив указанные выше граничные условия на поверхности цилиндра и электронного пучка, получим следующее дисперсионное уравнение для связанных колебаний цилиндра и пучка:

$$(\omega - q_z v_0)^2 = \omega_b^2 a \rho_0 q_z^2 \left(1 + \frac{n^2}{q_z^2 \bar{\rho}_0^2} \right) I_n(q \rho_0) \times K_n(q \rho_0) \left[1 + \frac{1 - \varepsilon}{\Delta} \frac{I'_n(q \rho_1) K_n(q \rho_0)}{I_n(q \rho_0) K_n(q \rho_1)} \right], \quad (2)$$

где

$$\Delta = \varepsilon \frac{I'_n(q \rho_1)}{I_n(q \rho_1)} - \frac{K'_n(q \rho_1)}{K_n(q \rho_1)}.$$

Заметим, что используя вронскиан для модифицированных функций Бесселя (см. [10]), выражение для Δ можно переписать в виде

$$\Delta = \frac{I'_n(q \rho_1)}{I_n(q \rho_1)} \left(\varepsilon - 1 + \frac{1}{q \rho_1 I'_n(q \rho_1) K_n(q \rho_1)} \right).$$

Отметим ряд предельных случаев уравнения (2). Так, при $\varepsilon = 1$ уравнение (2) принимает вид дисперсионного уравнения поверхностных мод трубчатого пучка, а при $\varepsilon = 1$ и $v_0 = 0$ имеет вид дисперсионного уравнения колебаний электрического поля в нанотрубке [11]. При $\rho_1 = \rho_0$ и $v_0 = 0$ уравнение (2) описывает собственные поверхностные моды диэлектрического цилиндра с $2D$ -плазменным слоем на его боковой поверхности [12, 13].

Численный анализ уравнения (2) удобно проводить в следующих безразмерных переменных:

$$\bar{q}_z = q_z \rho_1, \quad \bar{q} = |\bar{q}_z|, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (3)$$

Здесь $\omega_0 = v_0 / \rho_1$ – некоторая характеристическая частота рассматриваемой системы. В безразмерных переменных (3) дисперсионное уравнение (2) имеет вид

$$(\bar{\omega} - \bar{q}_z)^2 = \bar{\omega}_b^2 \bar{a} \bar{\rho}_0 \bar{q}_z^2 \left(1 + \frac{n^2}{\bar{q}_z^2 \bar{\rho}_0^2} \right) I_n(\bar{q} \bar{\rho}_0) \times K_n(\bar{q} \bar{\rho}_0) \left[1 + \frac{1 - \varepsilon}{\Delta} \frac{I'_n(\bar{q}) K_n(\bar{q} \bar{\rho}_0)}{I_n(\bar{q} \bar{\rho}_0) K_n(\bar{q})} \right], \quad (4)$$

где

$$\bar{\omega}_b = \frac{\omega_b}{\omega_0}, \quad \bar{a} = \frac{a}{\rho_1}, \quad \bar{\rho}_0 = \frac{\rho_0}{\rho_1},$$

$$\Delta = \varepsilon \frac{I'_n(\bar{q})}{I_n(\bar{q})} - \frac{K'_n(\bar{q})}{K_n(\bar{q})}.$$

Заметим, что дисперсионное уравнение (4) зависит не от абсолютных величин плотности и скорости электронов пучка, а только от их отношения.

Выразив из граничных условий постоянные C, A_2, B через A_1 , получим следующие выражения для распределений потенциала $\psi(\bar{\rho})$ (где $\bar{\rho} = \rho / \rho_1$) для каждой из областей $\bar{\rho} < 1, 1 < \bar{\rho} < \bar{\rho}_0$ и $\bar{\rho} > \bar{\rho}_0$. Так, в области $\bar{\rho} < 1$ имеем

$$\psi(\bar{\rho}) = A_1 \frac{I_n(\bar{q} \bar{\rho})}{\bar{q} \Delta I_n(\bar{q}) K_n(\bar{q})},$$

в области $1 < \bar{\rho} < \bar{\rho}_0$

$$\psi(\bar{\rho}) = A_1 \left[I_n(\bar{q} \bar{\rho}) - \frac{\varepsilon - 1}{\Delta} \frac{I'_n(\bar{q})}{K_n(\bar{q})} K_n(\bar{q} \bar{\rho}) \right],$$

в области $\bar{\rho} > \bar{\rho}_0$

$$\psi(\bar{\rho}) = A_1 \left[\frac{I_n(\bar{q} \bar{\rho}_0)}{K_n(\bar{q} \bar{\rho}_0)} - \frac{\varepsilon - 1}{\Delta} \frac{I'_n(\bar{q})}{K_n(\bar{q})} \right] K_n(\bar{q} \bar{\rho}).$$

2. Численный анализ дисперсионного уравнения.

2.1. Диэлектрическая проницаемость цилиндра не зависит от частоты. Из уравнения (4) следует, что в отсутствие частотной дисперсии диэлектрической проницаемости собственные колебания электрического поля в цилиндре также отсутствуют, но возникают колебания, обусловленные только потоком заряженных частиц. Это так называемые медленная и быстрая волны пространственного заряда пучка. Медленная волна пространственного заряда в пучке имеет фазовую скорость меньшую, чем v_0 , а быстрая волна пространственного заряда – большую, чем v_0 . При учете диссипативных потерь в цилиндре (т. е. мнимой части диэлектрической проницаемости) амплитуда медленной волны нарастает. Это так называемая резистивная неустойчивость [2].

В качестве материала для диэлектрического цилиндра выберем, например, поликор с $\text{Re } \varepsilon = \varepsilon' = 9,6$ и $\text{Im } \varepsilon = \varepsilon'' = \varepsilon' \text{tg } \delta$, где $\text{tg } \delta \approx 10^{-4}$ – тангенс угла потерь. Поскольку в рассматриваемой диэлектрической среде учитываются диссипативные потери, то частоту $\bar{\omega}$ будем полагать комплексной величиной, т. е. $\bar{\omega} = \bar{\omega}' + i \bar{\omega}''$. Для расчета дисперсионных кривых в уравнении (4) положим, что $\bar{\omega} \approx \text{Re } \bar{\omega}$, так как в силу малости потерь ($\varepsilon'' \ll \varepsilon'$) выполняется неравенство $|\text{Im } \bar{\omega}| \ll \text{Re } \bar{\omega}$.

На рис. 2 построены дисперсионные зависимости $\text{Re } \bar{\omega}(\bar{q}_z)$ для $\bar{\rho}_0 = 1,2, n = 5, \bar{a} = 0,5$ и $\bar{\omega}_b \approx 0,12$. Приведенное значение для $\bar{\omega}_b$ может быть реализовано, например, при $N_{0,3D} = 2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$ и $v_0 \approx 0,22c$. При этом для $\rho_1 = 0,5 \text{ см}$ имеем $\omega_0 \approx 1,3 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, а значению $\bar{q}_z = 1$ соответствуют $q_z = 2 \text{ см}^{-2}$ и $\lambda \approx 3,14 \text{ см}$.

В дальнейшем указанные выше параметры структуры, за исключением радиуса пучка $\bar{\rho}_0$ и азимутального модового индекса n , будем считать переменными.

На рис. 2 кривые 1 и 2 соответствуют медленной и быстрой волнам пространственного заряда в пучке, кривая 3 – зависимости $\bar{\omega} = \bar{q}_z$. Точка начала спектра кривой 1 имеет координаты

$$\bar{q}_z = \sqrt{\frac{\bar{\omega}_b^2 \bar{a} n}{2} \left(1 + \frac{1}{\bar{\rho}_0^{2n}} \frac{1 - \varepsilon'}{1 + \varepsilon'} \right)}, \quad \bar{\omega} = 0,$$

а точка начала спектра кривой 2 – координаты

$$\bar{q}_z = 0, \quad \bar{\omega} = \sqrt{\frac{\bar{\omega}_b^2 \bar{a} n}{2} \left(1 + \frac{1}{\bar{\rho}_0^{2n}} \frac{1 - \varepsilon'}{1 + \varepsilon'} \right)}.$$

Отметим, что тангенсы угла наклона кривых 1–3 – соответственно меньше, больше и равны единице.

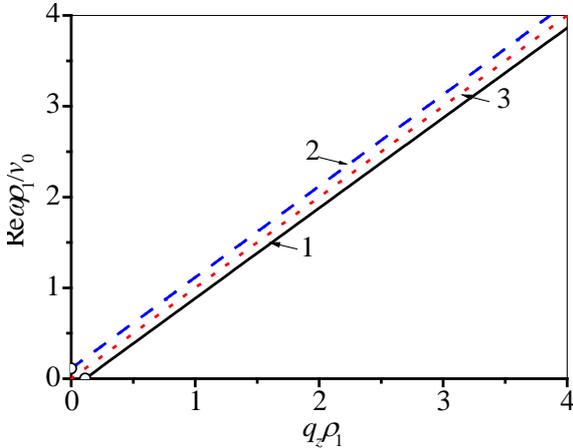


Рис. 2. Дисперсионные зависимости волн пространственного заряда в пучке для независимой от частоты величины ε

Для расчета инкрементов (декрементов) поверхностных волн подставим в (4) выражение для частоты в виде $\bar{\omega} = \bar{\omega}' + i\bar{\omega}''$ и выделим мнимую часть уравнения (4).

Зависимости инкрементов (декрементов) медленной и быстрой волн пространственного заряда в пучке приведены на рис. 3 для ряда значений азимутального модового индекса n .

На рис. 3 кривые 1 соответствуют зависимостям инкремента (декремента) волн пространственного заряда в пучке от безразмерного волнового числа $\text{Im} \bar{\omega}(\bar{q}_z)$ для $n = 0$, кривые 2 – для $n = 1$, кривые 3 – для $n = 2$, кривые 4 – для $n = 3$. На рис. 3 показано, что наибольшее значение инкремента (декремента) имеет при $n = 0$, т. е. в случае аксиально-однородных поверхностных мод. С ростом азимутального модового индекса n максимальные величины инкрементов (декрементов)

убывают, а точки начала зависимостей $\text{Im} \bar{\omega}(\bar{q}_z)$ при $n > 0$ соответствуют точкам начала спектра на зависимостях $\text{Re} \bar{\omega}(\bar{q}_z)$.

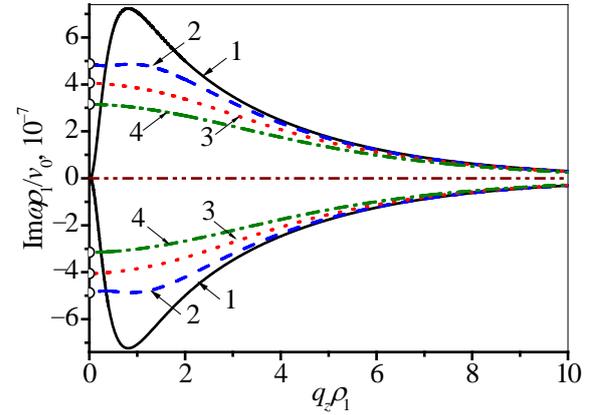


Рис. 3. Зависимости инкрементов (декрементов) волн пространственного заряда в пучке для ряда значений n

Зависимости $\text{Im} \bar{\omega}(\bar{q}_z)$ для ряда значений $\bar{\rho}_0$ при $n = 0$ приведены на рис. 4.

На рис. 4 кривые 1 соответствуют зависимостям $\text{Im} \bar{\omega}(\bar{q}_z)$ для $\bar{\rho}_0 = 1,2$, кривые 2 – для $\bar{\rho}_0 = 1,3$, кривые 3 – для $\bar{\rho}_0 = 1,4$. Из рис. 4 видно, что величины инкрементов (декрементов) растут с уменьшением радиуса пучка, т. е. с уменьшением величины зазора между пучком и цилиндром.

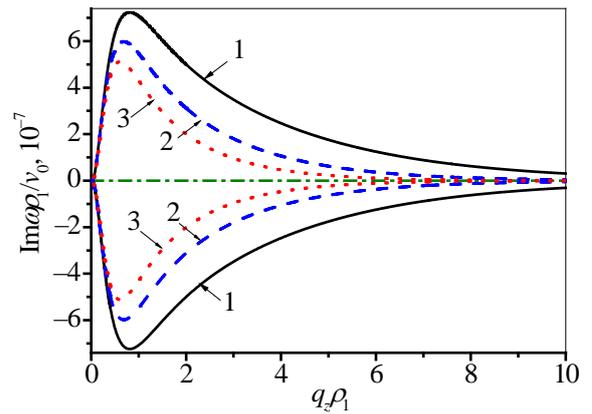


Рис. 4. Зависимости инкрементов (декрементов) волн пространственного заряда в пучке для ряда значений $\bar{\rho}_0$

Распределение безразмерного потенциала $\bar{\psi}(\bar{\rho})$ (где $\bar{\psi} = \psi/A_1$) в структуре «цилиндр-пучок» для $\bar{\rho}_0 = 1,2$, $\bar{q} = 1$ и ряда значений индекса n приведены на рис. 5.

На рис. 5 кривые 1–3 соответствуют значениям $n = 0, 1, 2$, линия 4 обозначает границу цилиндра ($\bar{\rho} = 1$), а линия 5 – границу $\bar{\rho} = \bar{\rho}_0$. Из рис. 5 видно, что наибольшая величина потенциала реализуется на границе $\bar{\rho} = \bar{\rho}_0$. Численный

расчет показывает, что с ростом \bar{q} величина потенциала на границах $\bar{\rho} = 1$ и $\bar{\rho} = \bar{\rho}_0$ растет, а на оси структуры ($\bar{\rho} = 0$) для моды с $n = 0$ – убывает.

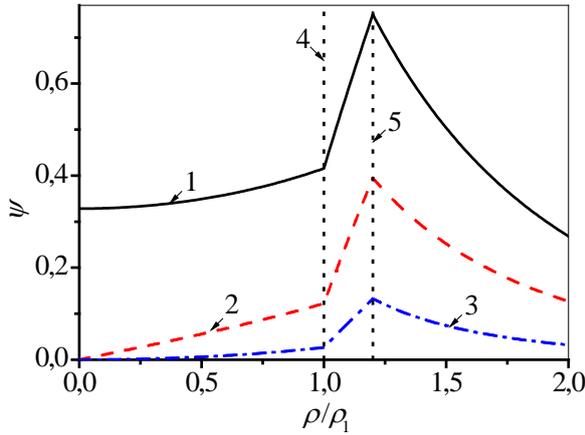


Рис. 5. Зависимости $\bar{\psi}(\bar{\rho})$ в структуре «диэлектрический цилиндр–пучок» для ряда значений n

Отметим, что в силу отсутствия частотной зависимости у ε распределения потенциала для быстрой и медленной волн пространственного заряда пучка при заданном значении \bar{q} оказываются одинаковыми.

2.2. Диэлектрическая проницаемость цилиндра зависит от частоты. Рассмотрим теперь среду со следующей зависимостью $\varepsilon(\omega)$:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{s\omega_r^2}{\omega_r^2 - \omega^2}, \quad (5)$$

где ε_∞ – некоторое фоновое значение диэлектрической проницаемости, передающее вклад в $\varepsilon(\omega)$ удаленных возбуждений (при $\omega \gg \omega_r$); ω_r – характеристическая частота плазмоподобной среды (например, частота полярного оптического фонона); s – сила осциллятора. Зависимости, подобные (5), справедливы для кристаллических полупроводниковых соединений типа $A^{III}B^V$, например, для GaP, InSb [14]. Так, частоты ω_r в таких соединениях порядка 10^{13} с^{-1} , что соответствует длинам волн $\lambda \approx 10^{-3} \text{ см}$. Поскольку рассматриваемые нами длины волн пространственного заряда пучка являются величинами меньше либо порядка 1 см, то резонансный характер зависимости (5) не может быть реализован в указанных полупроводниковых средах. Мы считаем, что современные технологии позволяют получать искусственные среды (метаматериалы) с зависимостью $\varepsilon(\omega)$ вида (5). Обратим внимание, что искусственные среды, электромагнитные свойства которых могут быть описаны тензорами диэлектрической и магнитной

проницаемости, известны еще с конца 1950-х гг. и получили применение в качестве замедляющих систем в СВЧ-технике (см. [15] и цитированную в ней литературу). Заметим, что такой подход к описанию электромагнитных свойств искусственных сред применим, когда период их структуры мал по сравнению с длиной волны.

Закон дисперсии собственных электростатических колебаний на границе «цилиндр–вакуум» имеет вид $\Delta = 0$.

Аналитическое решение этого уравнения относительно частоты $\bar{\omega}$ с учетом вронкиана для модифицированных функций Бесселя (см. [10]) имеет вид

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_r \sqrt{1 + \frac{s\bar{q}I'_n(\bar{q})K_n(\bar{q})}{1 + (\varepsilon_\infty - 1)\bar{q}I'_n(\bar{q})K_n(\bar{q})}},$$

где $\bar{\omega}_r = \omega_r/\omega_0$. Для расчетов выберем следующие значения величин в (5):

$$\varepsilon_\infty = 1; \quad s = 0,2; \quad \bar{\omega}_r = 4.$$

На рис. 6 представлены дисперсионные зависимости $\text{Re}\bar{\omega}(\bar{q}_z)$ мод с азимутальным индексом $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ в системе «цилиндр–пучок» с указанными в предыдущем разделе параметрами, в частности $\bar{\rho}_0 = 1,2$.

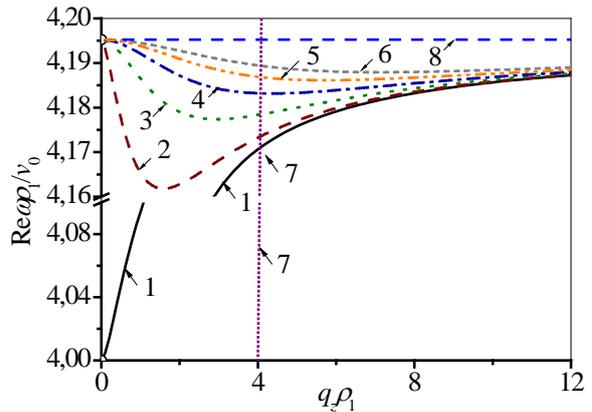


Рис. 6. Дисперсионные зависимости собственных плазмоподобных мод цилиндра и волны пространственного заряда в пучке при наличии частотной зависимости $\varepsilon(\omega)$

На рис. 6 кривые 1–6 соответствуют зависимостям $\text{Re}\bar{\omega}(\bar{q}_z)$ собственных колебаний цилиндра для $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$, прямая 7 – зависимости $\bar{\omega} = \bar{q}_z$, а линия 8 – частоте, на которой выполняется условие $\varepsilon(\omega) = -1$. Эта частота определяется выражением

$$\bar{\omega} = \bar{\omega}_r \sqrt{1 + \frac{s}{1 + \varepsilon_\infty}}. \quad (6)$$

Из рис. 6 видно, что для $n = 0$ точка начала спектра кривой 1 при $\bar{q}_z = 0$ соответству-

ет частоте $\bar{\omega} = \bar{\omega}_r$, а сама кривая 1 монотонно возрастает с увеличением \bar{q}_z и при $|\bar{q}_z| \rightarrow \infty$ асимптотически стремится к линии 8. Зависимости $\text{Re}\bar{\omega}(\bar{q}_z)$ для $n > 0$ имеют участки как с аномальной, так и с нормальной дисперсией. С ростом индекса n частотная область существования соответствующих мод сужается. Точки начала спектра мод для $n > 0$ (при $\bar{q}_z = 0$) соответствуют частоте (6). Заметим, что собственные поверхностные моды 1–6 существуют в области частот, где $\varepsilon(\omega) < 0$.

Точки пересечения кривых 1–6 с прямой 7 соответствуют резонансному взаимодействию собственных мод плазменного цилиндра и волны пространственного заряда пучка. Для кривых 2–6 эти точки расположены на участках кривых с аномальной дисперсией, что означает абсолютный характер возникающей неустойчивости волны пространственного заряда пучка. В самой точке пересечения происходит трансформация пересекающихся кривых в дисперсионные кривые связанных мод. Такие кривые для поверхностной моды с $n = 5$ показаны на рис. 7 (кривые 2–4). Кривые 1 и 5 на рис. 7 соответствуют кривым 6 и 7 на рис. 6.

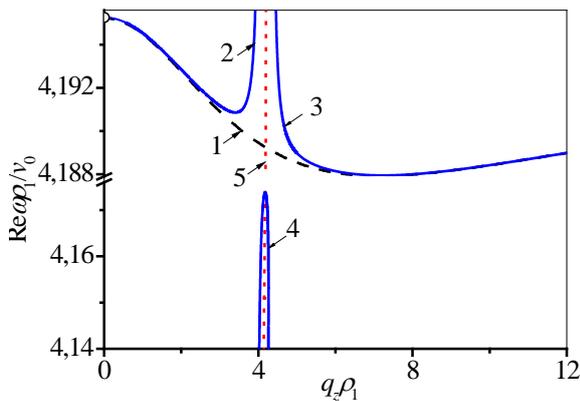


Рис. 7. Резонансное взаимодействие собственной плазмодобной моды цилиндра с $n = 5$ и волны пространственного заряда в пучке при наличии частотной зависимости $\varepsilon(\omega)$

Кривая 4 вдали от резонанса соответствует медленной и быстрой волнам пространственного заряда пучка и так же, как и зависимости 1 и 2 на рис. 2, имеет точки начала спектра.

Отметим, что дисперсионное уравнение (4) для случая, когда зависимость диэлектрической проницаемости от частоты описывается выражением (5), является алгебраическим уравнением 4-й степени относительно безразмерной частоты $\bar{\omega}$. Известно, что алгебраическое уравнение 4-го порядка с действительными коэффициентами имеет или четыре действительных кор-

ня, или, по крайней мере, два комплексно сопряженных корня [16]. В последнем случае одна из частот пучково-плазменных волн имеет положительную мнимую часть, а амплитуда соответствующей моды будет нарастать со временем. На рис. 8 приведены численные решения дисперсионного уравнения (4) в области значений $\bar{q}_z > 0$ с учетом положительного и отрицательного знаков частоты $\bar{\omega}$.

Из рис. 8 видно, что каждому значению \bar{q}_z , лежащему вне области неустойчивости, соответствуют четыре значения частоты. Это демонстрирует, например, линия 5, имеющая четыре точки пересечения с кривыми 2–4. Линия 6 имеет лишь две точки пересечения с кривыми 3 и 4. Это так называемая область неустойчивости, где два других корня дисперсионного уравнения – комплексно-сопряженные. Эта область довольно узкая и расположена в интервале между кривыми 1 и 2. Ниже будет показано, что протяженность областей неустойчивости по q_z зависит от индекса n .

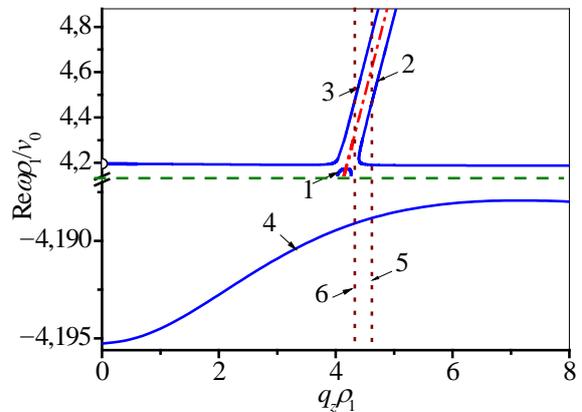


Рис. 8. Действительные и комплексно-сопряженные корни дисперсионного уравнения (4)

Следует отметить, что при наличии частотной дисперсии диэлектрической проницаемости цилиндра существенно возрастает инкремент неустойчивости. Так, на рис. 9 приведены зависимости $\text{Im}\bar{\omega}(\bar{q}_z)$ для указанных в предыдущем разделе параметров цилиндра и пучка с радиусом $\bar{\rho}_0 = 1,2$ для ряда значений азимутального модового индекса n в предположении, что частотная зависимость $\varepsilon(\omega)$ имеет вид (5).

На рис. 9 кривые 1–5 соответствуют зависимостям $\text{Im}\bar{\omega}(\bar{q}_z)$ для значений $n = 0, 1, 2, 3, 4$. Из рисунка видно, что экстремум функциональной зависимости инкремента (декремента) от \bar{q}_z соответствует значению $n = 0$. С увеличением n значение инкремента (модуля

декремента) уменьшается. Заметим, что, в отличие от рассмотренного выше случая $\varepsilon = \text{const}$, область значений \bar{q}_z существования неустойчивости конечна и с ростом n эта область сужается и смещается в сторону больших значений \bar{q}_z .

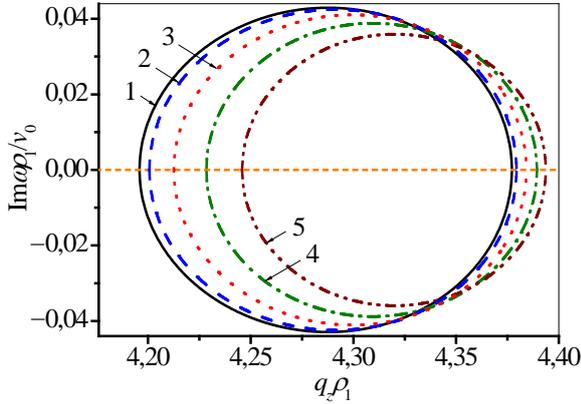


Рис. 9. Зависимости инкрементов (декрементов) волн для ряда значений n

Зависимости $\text{Im} \bar{\omega}(\bar{q}_z)$ азимутально-однородной моды ($n = 0$) для указанных в предыдущем разделе параметров цилиндра и пучка и ряда значений $\bar{\rho}_0$ приведены на рис. 10.

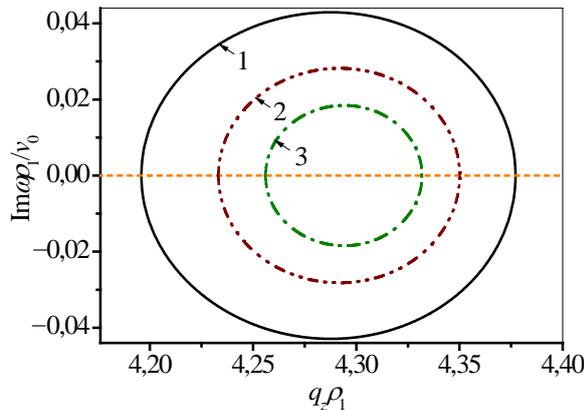


Рис. 10. Зависимости инкрементов (декрементов) волн для ряда значений $\bar{\rho}_0$

На рис. 10 кривая 1 соответствует значению $\bar{\rho}_0 = 1,2$, кривая 2 – $\bar{\rho}_0 = 1,3$, кривая 3 – $\bar{\rho}_0 = 1,4$. Из рис. 10 видно, что в областях неустойчивости с увеличением радиуса пучка максимальные по величине значения инкремента (модуля декремента) уменьшаются, а сами области существования неустойчивости сужаются как по \bar{q}_z , так и по $\bar{\omega}$.

Распределения безразмерного потенциала $\bar{\psi}(\bar{\rho})$ (где $\bar{\psi} = \psi/A_1$, $\bar{\rho} = \rho/\rho_1$) в структуре «цилиндр–пучок» для $\bar{\rho}_0 = 1,2$, $n = 5$, $\bar{q} = 2$ и ряда значений $\bar{\omega}$ приведены на рис. 11.

На рис. 11 кривая 1 соответствует частоте $\bar{\omega} \approx 1,87$ (левая ось ординат) медленной волны пространственного заряда на рис. 7. Соответствующее распределение для быстрой волны пространственного заряда на частоте $\bar{\omega} \approx 2,12$ практически совпадает с распределением 1. Кривая 2 соответствует частоте $\bar{\omega} \approx 4,2 > \bar{\omega}_r$ (правая ось ординат). Заметим, что на частотах $\bar{\omega} \approx 1,87$ и $\bar{\omega} \approx 2,12$ имеем $\varepsilon(\bar{\omega}) > 0$, а на частоте $\bar{\omega} \approx 4,2$ – $\varepsilon(\bar{\omega}) < 0$.

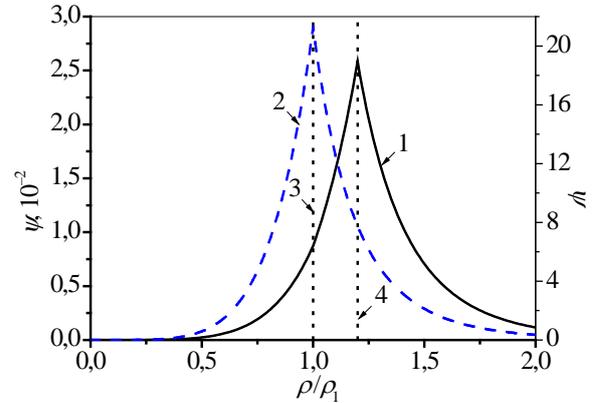


Рис. 11. Зависимости $\bar{\psi}(\bar{\rho})$ в структуре «плазменный цилиндр–пучок» для ряда значений n

Поведение кривых 1 и 2 качественно различается тем, что в области частот, где $\varepsilon(\bar{\omega}) > 0$, наибольшее значение потенциала соответствует границе $\bar{\rho} = \bar{\rho}_0$, а в области частот, где $\varepsilon(\bar{\omega}) < 0$, наибольшее значение потенциала соответствует границе $\bar{\rho} = 1$. Численный расчет показывает, что с ростом \bar{q} величины потенциалов на границах $\bar{\rho} = 1$ и $\bar{\rho} = \bar{\rho}_0$ растут.

Выводы. В электростатическом приближении исследована неустойчивость нерелятивистского бесконечно тонкого трубчатого электронного пучка, движущегося в вакууме над диэлектрическим (плазменным) цилиндром. Рассмотрены случаи постоянной и зависящей от частоты диэлектрической проницаемости цилиндра. Построены дисперсионные кривые возбуждаемых мод и исследованы зависимости инкрементов (декрементов) этих мод с различными азимутальными индексами n от величины радиуса пучка. Показано, что как для диэлектрической, так и для плазмподобной среды наибольшие величины инкрементов (декрементов) возбуждаемых мод реализуются при нулевых значениях индекса n . С ростом n наибольшая величина инкремента (модуля декремента) возбуждаемых мод убывает. При наличии частотной зависимости диэлектри-

ческой среды показана возможность возникновения абсолютной пучковой неустойчивости, область существования которой лежит в конечном интервале значений продольного волнового числа.

Библиографический список

1. Яков Борисович Файнберг. Ученый. Гражданин. Учитель / под ред. И. М. Неклюдова, А. М. Егорова, А. С. Бакая и др. – Х.: Глобус, 2009. – 784 с.
2. Лопухин В. М. Усилитель на поглощении / В. М. Лопухин, А. А. Веденов // Успехи физ. наук. – 1954. – 53, № 1. – С. 69–86.
3. Ахизер А. И. О когерентном усилении спиновых волн / А. И. Ахизер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1963. – 45, № 2. – С. 337–343.
4. Взаимодействие электронного потока с поверхностными волнами в полупроводниковой плазме / А. И. Бородкин, В. М. Яковенко, Г. Я. Левин, Ю. В. Майстренко // Физика твердого тела. – 1970. – 12, № 5. – С. 1515–1520.
5. Исследование резистивной неустойчивости, возбуждаемой электронным пучком в твердотельной плазме / Е. А. Корнилов, С. А. Некрашевич, Я. Б. Файнберг, Н. А. Шоховцов // Письма в журн. эксперим. и теорет. физики. – 1970. – 11, № 6. – С. 284–287.
6. Автоколебательная система на основе диэлектрического резонатора с модами «шепчущей галереи» / А. В. Дормидонтов, А. Я. Кириченко, Ю. Ф. Лонин и др. // Письма в журн. техн. физики. – 2012. – 38, № 2. – С. 65–73.
7. Пафомов В. Е. К теории излучения Вавилова–Черенкова в анизотропных средах при наличии границ / В. Е. Пафомов // Тр. Физического института им. П. Н. Лебедева. – 1961. – 16. – С. 94–139.
8. Болотовский Б. М. Излучение Вавилова–Черенкова: открытие и применение / Б. М. Болотовский // Успехи физ. наук. – 2009. – 179, № 11. – С. 1161–1173.
9. Файнберг Я. Б. Взаимодействие заряженных пучков с плазмой / Я. Б. Файнберг // Атомная энергия. – 1961. – 11, № 4. – С. 313–335.
10. Справочник по специальным функциям. С формулами, графиками и таблицами / под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
11. Ведерников А. К. Плазменные колебания в нанотрубках и эффект Аарова–Бома для плазмонов / А. К. Ведерников, А. Д. Говоров, А. В. Чаплик // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 2001. – 120, вып. 4(10). – С. 979–985.
12. Потери энергии заряженной частицы на возбуждение собственных волн в цилиндрических структурах с двумерным электронным газом / А. В. Дормидонтов, Ю. В. Прокопенко, С. И. Ханкина, В. М. Яковенко // Радиофизика и электрон. – 2014. – 5(19), № 4. – С. 63–72.
13. Дормидонтов А. В. Потери энергии заряженной частицы на возбуждение волн в полупроводниковом цилиндре с двумерным электронным газом на боковой поверхности / А. В. Дормидонтов, Ю. В. Прокопенко, В. М. Яковенко // Радиофизика и электрон. – 2015. – 6(20), № 4. – С. 24–30.
14. Дмитрук Н. Л. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках / Н. Л. Дмитрук, В. Г. Литовченко, В. Л. Стрижевский. – К.: Наук. думка, 1989. – 376 с.
15. Силин Р. А. Электромагнитные волны в искусственных периодических структурах / Р. А. Силин // Успехи физ. наук. – 2006. – 175, № 5. – С. 562–565.
16. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн, под ред. И. Г. Арамановича. – М.: Наука, 1974. – 831 с.

Рукопись поступила 30.03.2016.

Yu. O. Averkov, Yu. V. Prokopenko,
V. M. Yakovenko

THE INSTABILITY OF HOLLOW ELECTRON BEAM INTERACTING WITH PLASMA-LIKE MEDIUM

Nowadays a good deal of attention is focused on problems of generation of millimeter and submillimeter electromagnetic waves under the interaction of fluxes of charged particles with solids. However, today there is no consistent theoretical description of this type of effects. In this connection we present the detailed theoretical research on the instability effect of non-relativistic infinitely thin hollow electron beam which moves in vacuum above a dielectric (plasma) cylinder. The calculations have been performed in electrostatic approximation due to the non-relativistic velocity of the beam electrons. The cases where the dielectric permittivity is constant and depends on the frequency have been considered. The dispersion curves of excited modes have been constructed. The dependences of the increments (decrements) of the modes on the value of the bunch radius and on the azimuth mode index have been studied. It has been shown that for both the dielectric and plasma media the largest values of the increments (decrements) of the excited modes occur for zero value of the azimuth mode index. The maximum values of the increments (decrements) decrease with increasing the azimuth mode index. It has been established that the frequency dependence of the dielectric permittivity leads to the absolute instability. This instability exists in the corresponding finite interval of the longitudinal wave number.

Key words: electron beam, space-charge wave, beam instability, instability increment.

Ю. О. Аверков, Ю. В. Прокопенко,
В. М. Яковенко

НЕСТІЙКІСТЬ ТРУБЧАСТОГО ЕЛЕКТРОННОГО ПУЧКА ПРИ ВЗАЄМОДІЇ З ПЛАЗМОПОДІБНИМ СЕРЕДОВИЩЕМ

Останнім часом велика увага приділяється питанням генерації випромінювання міліметрового і субміліметрового діапазону довжин хвиль, що виникає при взаємодії потоків заряджених частинок з твердотільними структурами. Однак на сьогодні відсутній послідовний теоретичний опис подібного роду ефектів. У зв'язку з цим у цій роботі виконано докладне теоретичне дослідження ефекту нестійкості нерелятивістського нескінченно тонкого трубчатого електронного пучка, який рухається у вакуумі над діелектричним (плазмовим) циліндром. Через нерелятивістський характер руху пучка розрахунки виконані в електростатичному наближенні. Розглянуто випадки сталої і залежної від частоти діелектричної проникності циліндра. Побудовано дисперсійні криві збуджених мод і досліджено залежності інкрементів (декрементів) цих мод від величини радіуса пучка і азимутального модового індексу. Показано що, як для діелектричного, так і для плазмового середовища величини інкрементів (декрементів) збуджених мод мають найбільші значення для нульового значення азимутального хвильового числа, а із зростанням цього числа максимальні величини інкрементів (декрементів) збуджених мод зменшуються. Встановлено, що за наявності частотної залежності діелектричної проникності середовища можливе виникнення абсолютної пучкової нестійкості, область існування якої лежить у кінцевому інтервалі значень подовжнього хвильового числа.

Ключові слова: електронний пучок, хвиля просторового заряду, пучкова нестійкість, інкремент нестійкості.