

А. А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, С. А. Стешенко
 Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
 12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
 E-mail: aakirilenko@ukr.net

КЛЮЧЕВОЙ АЛГОРИТМ МЕТОДА ЧАСТИЧНЫХ ОБЛАСТЕЙ В АНАЛИЗЕ РЕЗОНАНСНЫХ ШТЫРЕЙ, ТРОЙНИКОВЫХ, ТУРНИКЕТНЫХ И НЕКОТОРЫХ ДРУГИХ МНОГОПЛЕЧИХ СОЕДИНЕНИЙ

При проектировании волноводных узлов актуальной задачей является развитие метода частичных областей для расчета неоднородностей, заданных в различных системах координат. В данной работе представлен метод расчета ряда многоплечих соединений с помощью метода сшивания полей в радиальном и прямоугольном волноводах. Предложена модификация метода для соединений с несколькими закороченными плечами. Также были исследована точность и сходимость метода. Ил. 6. Табл. 2. Библиогр.: 16 назв.

Ключевые слова: радиальный волновод, прямоугольный волновод, многоплечее соединение.

Метод частичных областей (МЧО) продолжает оставаться наиболее точным средством анализа многих задач электродинамики благодаря аналитическому учету части граничных условий уже на начальном этапе формулировки численного алгоритма [1]. В классе структур с кусочно-координатными границами его обобщенная реализация позволяет осуществить быстрый анализ и синтез многих важных устройств микроволнового диапазона [2, 3]. Каждый новый прием в технике МЧО, в соединении с уже освоенными алгоритмами, радикально расширяет возможности точного моделирования в электродинамике. В 1970-е годы в [4] был предложен метод промежуточных областей (“*zwischenmedium*”) с использованием ортогональных базисов для решения краевых задач, а в [5] он был использован с базисом волн сектора радиального волновода для решения скалярной задачи об изломе прямоугольного волновода. Далее подобная промежуточная частичная область радиального волновода использовалась во многих других задачах волноводной электродинамики, в том числе векторных [6, 7].

В рамках работ по созданию системы моделирования *MWD (MicroWave Desktop)* авторами было предложено [8] одно из возможных объединений МЧО в декартовых и в цилиндрических координатах на базе идей [4–7], позволяющее рассматривать задачи о многопортовых соединениях с плоскими фрагментами границ во внутренней области тройников, крестообразных соединений, линейных переходов и т. д. Ниже описываются результаты проверки численной эффективности приема, предложенного в [8], как ключевого численного фрагмента в более сложных волноводных задачах.

Основная идея метода. Рассмотрим «плоское» соединение $J + 1$ радиальных волноводов, изображенное на рис. 1. Такой геометрический фрагмент представляет интерес сам по себе, являясь основным объектом расчета в задачах о

многопортовых соединениях волноводов вида рис. 2, а–в. Объединяет эти геометрии то, что все они построены на хордах некоей общей окружности. Такой фрагмент дает основу для рассмотрения ряда геометрий (рис. 2, в–з), модифицированных по отношению к объектам рис. 2, а–в таким образом, что расчет их осуществляется с помощью МЧО на базе практически тех же алгоритмов, что и элементарные объекты, изображенные на рис. 2, а–в. Далее будет показано, как на базе решений МЧО для многопортовиков вида рис. 2, а–в можно построить решения для тройников, изломов со срезами и линейных переходов и других объектов с полигональной внутренней областью (рис. 2, г–з).

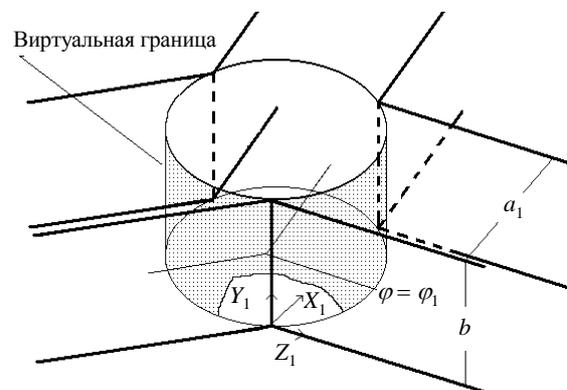


Рис. 1. «Плоское» соединение трех прямоугольных волноводов с цилиндрической «виртуальной» внутренней частичной областью

Здесь важно заметить, что далее речь будет идти только об объектах, содержащих фрагменты, однородные вдоль одной из координатных осей. Расчет последних сводится к «скалярным» задачам с единственными электрическими или магнитными компонентами вдоль оси однородности. Затем можно построить клеточные операторы полноволновой «сшивки» полей через базис общего радиального волновода между выходны-

ми прямоугольными волноводами и любым осесимметричным цилиндрическим объектом в центре оси координат. Для этого используется подход, предложенный нами сначала в [9], а затем реализованный в общем виде в [10]. Он позволяет свести решение векторной задачи дифракции к последовательности решений скалярных задач и к объединению перенормированных матриц рассеяния однородных фрагментов методом обобщенных \mathbf{S} -матриц.

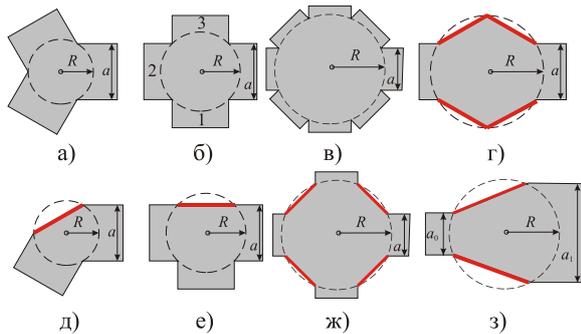


Рис. 2. Ключевые плоские многопортовики (а–в), расчет которых может быть осуществлен МЧО с использованием цилиндрической внутренней частичной области; тройники (г–з), изломы со срезом, линейные переходы и многопортовые разветвления, как геометрические объекты с полигональной внутренней областью, модифицированные по отношению к объектам (а–б); тестовые скалярные задачи (а, б, е), на которых верифицировался алгоритм

В конечном счете удастся обеспечить эффективный расчет полноволновых \mathbf{S} -матриц целого ряда объектов сложной конфигурации с цилиндрическими объектами внутри вспомогательной подобласти, т. е. в центре радиального волновода. Простейшая реализация подобной идеи приведена в [7]. На рис. 3, а представлены примеры такого рода волноводных элементов: от резонансного штыря в прямоугольном волноводе до подобных ему настроечных элементов в тройниковых и крестообразных соединениях.

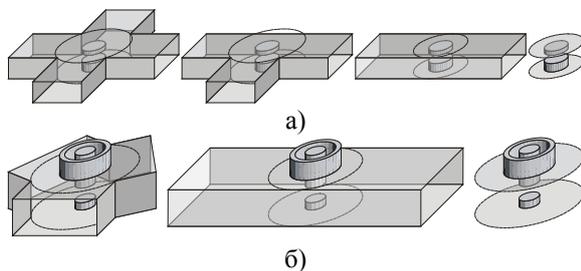


Рис. 3. Примеры различных конструкций, рассчитываемых с помощью базиса радиального волновода

Развивая изложенный подход, приходим к важнейшим практическим задачам о переходе с коаксиального на прямоугольный волновод и о турникетных соединениях коаксиального и нескольких прямоугольных волноводов, которые

изображены на рис. 3, б. Для расчета большинства задач, где применяются такие конфигурации (когда коаксиал работает в одномодовом режиме), может быть применен МЧО в сочетании с методом закороченных портов [11] или его обобщение на многопортовый случай [12]. На первом этапе с помощью МЧО трижды рассчитываются \mathbf{S} -матрицы объектов рис. 3, б с коаксиальными портами, закороченными на достаточном удалении от неоднородности, а затем уже \mathbf{S} -матрица объекта. Последняя будет полноволновой по портам с прямоугольными волноводами, но одномодовой по коаксиалу, что чаще всего не столь важно практически.

В тех редких случаях, когда требуется «многомодовость» и в коаксиале, возможен и расчет полноволновой матрицы в коаксиале с помощью того же МЧО. В этой ситуации следует воспользоваться приемом, описанным в [13, 14], который использует представление поля в области пересечения двух волноводов как сумму решений вспомогательных задач об однопортовых или двухпортовых “in-line” объектах с идеально проводящими вставками на фрагментах ортогонального пересечения границ.

Укажем на еще одну очевидную возможность расширения сферы приложения описанных выше алгоритмов. Так как в основе метода лежат ортогональные базисы разложений поля в цилиндрической системе координат, а центр радиальной области, связывающей поля в прямоугольных волноводах, изначально «навязан» набором их апертур, то в задачах, где центр цилиндрического объекта не совпадает с центром промежуточной радиальной области (“zwischenmedium”), потребуется использовать еще одну проекционную операцию. Она должна связывать два таких базиса в соосных цилиндрических системах координат. Подобное перепроектирование базируется на «теореме сложения» функций Бесселя. Эффективность такого приема неоднократно проверена [14], простейший волноводный пример дан в [6].

Ясно, что основой для успешного применения МЧО в задачах, описанных выше, являются алгоритмы расчета интегралов связи полей волн радиального и прямоугольного волноводов и, в конечном счете, хорошая сходимость метода редукции в применении к приведенным ниже проекционным уравнениям. Соответствующим математическим моделям и их тестированию на простейших примерах посвящен следующий подраздел. В качестве тестовых использованы численные данные о матрицах рассеяния тех же волноводных узлов, полученные другими методами, или данные эксперимента.

Интегралы связи полей волн радиального и прямоугольного волноводов. Представим поле в j -м прямоугольном волноводе (рис. 1) в виде

$$\begin{aligned}
 \{\mathbf{E}, \mathbf{H}\}^{(j)}(x, y, z) = & \\
 = \sum_{m,n} R_{E, mn}^{(j)} \left\{ \bar{\mathbf{E}}_{E, mn}^{+(j)}, \bar{\mathbf{H}}_{E, mn}^{+(j)} \right\} (\text{рассеянная}) + & \\
 + \sum_{m,n} R_{H, mn}^{(j)} \left\{ \bar{\mathbf{E}}_{H, mn}^{+(j)}, \bar{\mathbf{H}}_{H, mn}^{+(j)} \right\} (\text{рассеянная}) + & \quad (1) \\
 + \sum_{m,n} I_{E, mn}^{(j)} \left\{ \bar{\mathbf{E}}_{E, mn}^{-(j)}, \bar{\mathbf{H}}_{E, mn}^{-(j)} \right\} (\text{падающая}) + & \\
 + \sum_{m,n} I_{H, mn}^{(j)} \left\{ \bar{\mathbf{E}}_{H, mn}^{-(j)}, \bar{\mathbf{H}}_{H, mn}^{-(j)} \right\} (\text{падающая}), &
 \end{aligned}$$

где $R_{E, mn}^{(j)}$, $R_{H, mn}^{(j)}$ и $I_{E, mn}^{(j)}$, $I_{H, mn}^{(j)}$ – амплитуды рассеянных и падающих волн E - и H -типов. Поле внутри радиального волновода представим в виде разложения общего вида

$$\begin{aligned}
 \bar{\mathbf{E}}_{\tau} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \left(A_{qp}^h J'_q(\gamma_p \rho) + B_{qp}^h N'_q(\gamma_p \rho) \right) \bar{\mathbf{E}}_{qp}^h + & \\
 + \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \left(A_{qp}^e J_q(\gamma_p \rho) + B_{qp}^e N_q(\gamma_p \rho) \right) \bar{\mathbf{E}}_{qp}^e, & \\
 \bar{\mathbf{H}}_{\tau} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \left(A_{qp}^h J_q(\gamma_p \rho) + B_{qp}^h N_q(\gamma_p \rho) \right) \bar{\mathbf{H}}_{qp}^h + & \quad (2) \\
 + \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{p=0}^{\infty} \left(A_{qp}^e J'_q(\gamma_p \rho) + B_{qp}^e N'_q(\gamma_p \rho) \right) \bar{\mathbf{H}}_{qp}^e, &
 \end{aligned}$$

предполагающего существование некоторого дополнительного рассеивателя внутри радиальной подобласти. В случае структур, не содержащих такого рассеивателя (рис. 2), $B_{qp}^{h(e)} \equiv 0$, т. е. слагаемые, содержащие функции Неймана, отсутствуют.

Приравняем тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей на соответствующем фрагменте цилиндрической поверхности:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_{\tau}^{rectBe} = \mathbf{E}_{\tau}^{radBa} \Big|_{S^{(j)}=(\rho=R, -\alpha_{(j)} \leq \phi \leq \alpha_{(j)}, 0 \leq z \leq b)} & \\
 \mathbf{H}_{\tau}^{rectBe} = \mathbf{H}_{\tau}^{radBa} \Big|_{S^{(j)}=(\rho=R, -\alpha_{(j)} \leq \phi \leq \alpha_{(j)}, 0 \leq z \leq b)} & \quad (3)
 \end{aligned}$$

Для «алгебраизации» задачи произведем соответствующие проекционные операции, умножая векторно уравнение для E -полей на $\bar{\mathbf{H}}_{qp}^{h(e)*}$, уравнение для H -полей на $\bar{\mathbf{E}}_{qp}^{h(e)*}$ и интегрируя нормальную составляющую по поверхности указанного «фрагмента». В результате для левых частей равенств (3) получаем

$$\begin{aligned}
 \int \left[\bar{\mathbf{E}}_{\tau}^{rectBe} \Big|_{x,y,z \in \rho=R} \times \bar{\mathbf{H}}_{qp}^{h(e)*} \right] \vec{ds} = & \\
 = \sum_{m,n} R_{H, mn}^{(j)} E_{qp, mn}^{h(e), +H(j)} + \sum_{m,n} R_{E, mn}^{(j)} E_{qp, mn}^{h(e), +E(j)} + & \quad (4) \\
 + \sum_{m,n} I_{H, mn}^{(j)} E_{qp, mn}^{h(e), -H(j)} + \sum_{m,n} I_{E, mn}^{(j)} E_{qp, mn}^{h(e), -E(j)} &
 \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
 \int \left[\bar{\mathbf{H}}_{\tau}^{rectBe} \Big|_{x,y,z \in \rho=R} \times \bar{\mathbf{E}}_{qp}^{h(e)*} \right] \vec{ds} = & \\
 = \sum_{m,n} R_{H, mn}^{(j)} H_{qp, mn}^{h(e), +H(j)} + \sum_{m,n} R_{E, mn}^{(j)} H_{qp, mn}^{h(e), +E(j)} + & \quad (5) \\
 + \sum_{m,n} I_{H, mn}^{(j)} H_{qp, mn}^{h(e), -H(j)} + \sum_{m,n} I_{E, mn}^{(j)} H_{qp, mn}^{h(e), -E(j)} &
 \end{aligned}$$

для всех q, p и двух типов мод радиального волновода. Здесь

$$\begin{aligned}
 E_{qp, mn}^{h, \pm H} &= \iint_{S^{(j)}} \left[\bar{\mathbf{E}}_{H, mn}^{(j) \pm} \times \bar{\mathbf{H}}_{qp}^{h*} \right] \vec{ds}, \\
 E_{qp, mn}^{h, \pm E} &= \iint_{S^{(j)}} \left[\bar{\mathbf{E}}_{E, mn}^{(j) \pm} \times \bar{\mathbf{H}}_{qp}^{h*} \right] \vec{ds}, \\
 E_{qp, mn}^{e, \pm H} &= \iint_{S^{(j)}} \left[\bar{\mathbf{E}}_{H, mn}^{(j) \pm} \times \bar{\mathbf{H}}_{qp}^{e*} \right] \vec{ds}, \\
 E_{qp, mn}^{e, \pm E} &= \iint_{S^{(j)}} \left[\bar{\mathbf{E}}_{E, mn}^{(j) \pm} \times \bar{\mathbf{H}}_{qp}^{e*} \right] \vec{ds}, \\
 H_{qp, mn}^{h, \pm h} &= \iint_{S^{(j)}} \left[\bar{\mathbf{H}}_{h, mn}^{(j) \pm} \times \bar{\mathbf{E}}_{qp}^{h*} \right] \vec{ds}, \\
 H_{qp, mn}^{h, \pm e} &= \iint_{S^{(j)}} \left[\bar{\mathbf{H}}_{e, mn}^{(j) \pm} \times \bar{\mathbf{E}}_{qp}^{h*} \right] \vec{ds}, \\
 H_{qp, mn}^{e, \pm h} &= \iint_{S^{(j)}} \left[\bar{\mathbf{H}}_{h, mn}^{(j) \pm} \times \bar{\mathbf{E}}_{qp}^{e*} \right] \vec{ds}, \\
 H_{qp, mn}^{e, \pm e} &= \iint_{S^{(j)}} \left[\bar{\mathbf{H}}_{e, mn}^{(j) \pm} \times \bar{\mathbf{E}}_{qp}^{e*} \right] \vec{ds}.
 \end{aligned}$$

При вычислении этих интегралов надо учитывать, например, что $E_{\varphi}^{rect} = E_x^{rect} \cos \varphi - E_z^{rect} \sin \varphi$ и, таким образом,

$$\begin{aligned}
 \left[\bar{\mathbf{E}}^{rectBe} \times \bar{\mathbf{H}}^{radBa*} \right]_{\rho} = & \\
 = \left(E_x^{rectBe} \cos \varphi - E_z^{rectBe} \sin \varphi \right) H_y^{radBa*} - & \\
 - E_y^{rectBe} H_{\varphi}^{radBa*}. &
 \end{aligned}$$

В результате получим следующие выражения для интегралов связи волн прямоугольного и круглого волноводов на соответствующем фрагменте цилиндрической поверхности:

$$\begin{aligned}
 E_{qp, mn}^{h, \pm h} &= \delta_{pn} \exp(-iq\varphi_j) \frac{bR}{2N_{h, mn}} \times \\
 \times \left(-\beta_{ny} i k_0 W_0 \mu C C_{-q, mn}^{\pm} - k_0 W_0 \mu \frac{q \beta_{py} \beta_{mx}}{R \gamma_p^{2*}} S_{-q, mn}^{\pm} \right), & \\
 E_{qp, mn}^{h, \pm e} &= \delta_{pn} \exp(-iq\varphi_j) \frac{bR}{2N_{e, mn}} \times \\
 \times \left(i \zeta_{mn} \beta_{mx} C C_{-q, mn}^{\pm} \mp \chi_{mn}^2 S S_{-q, mn}^{\pm} - \frac{\zeta_{mn} \beta_{ny} q \beta_{py}}{R \gamma_p^{2*}} S_{-q, mn}^{\pm} \right), &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{qp, mn}^{e, \pm h} &= \delta_{pn} \exp(-iq\varphi_j) \frac{bR}{2N_{h, mn}} (1 + \delta_{0p}) \times \\
 &\times \left(-\frac{k_0^2 \mu \beta_{mx} \varepsilon^*}{\gamma_p^*} S_{-q, mn}^{\pm} \right), \\
 E_{qp, mn}^{e, \pm e} &= \delta_{pn} \exp(-iq\varphi_j) \frac{bR}{2N_{e, mn}} \times \\
 &\times \left(-\zeta_{mn} \beta_{ny} \frac{k_0 \varepsilon^*}{W_0 \gamma_p^*} S_{-q, mn}^{\pm} \right), \\
 H_{qp, mn}^{h, \pm h} &= \delta_{pn} \exp(-iq\varphi_j) \frac{bR}{2N_{h, mn}} \times \\
 &\times \left(\mp \zeta_{mn} \beta_{ny} \frac{k_0 W_0 \mu^*}{\gamma_p^*} C_{-q, mn}^{\pm} \right), \\
 H_{qp, mn}^{h, \pm e} &= \delta_{pn} \exp(-iq\varphi_j) \frac{bR}{2N_{e, mn}} \times \\
 &\times \left(\pm k_0^2 \beta_{mx} \varepsilon \frac{\mu^*}{\gamma_p^*} C_{-q, mn}^{\pm} \right), \\
 H_{qp, mn}^{e, \pm h} &= \delta_{pn} \exp(-iq\varphi_j) \frac{bR}{2N_{h, mn}} \times \\
 &\times \left(\mp (1 + \delta_{0p}) \beta_{mx} i \zeta_{mn} C S_{-q, mn}^{\pm} - (1 + \delta_{0p}) \chi_{mn}^2 S C_{-q, mn}^{\pm} \right) \\
 &\times \left(\mp \beta_{ny} \zeta_{mn} \frac{q \beta_{py}}{R \gamma_p^{2*}} C_{-q, mn}^{\pm} \right), \\
 H_{qp, mn}^{e, \pm e} &= \delta_{pn} \exp(-iq\varphi_j) \frac{bR}{2N_{h, mn}} \times \\
 &\times \left(\mp i \frac{k_0 \varepsilon}{W_0} \beta_{ny} C S_{-q, mn}^{\pm} \pm \frac{k_0 \varepsilon}{W_0} \beta_{mx} \frac{q \beta_{py}}{R \gamma_p^{2*}} C_{-q, mn}^{\pm} \right).
 \end{aligned}$$

Введены такие обозначения:

$$\begin{aligned}
 CC_{q, mn}^{\pm} &= \int_{-\alpha}^{\alpha} e^{iq\varphi} e^{\pm i \zeta_{mn} z} \cos \varphi \cos(\beta_{mx} x) d\varphi, \\
 CS_{q, mn}^{\pm} &= \int_{-\alpha}^{\alpha} e^{iq\varphi} e^{\pm i \zeta_{mn} z} \cos \varphi \sin(\beta_{mx} x) d\varphi, \\
 SS_{q, mn}^{\pm} &= \int_{-\alpha}^{\alpha} e^{iq\varphi} e^{\pm i \zeta_{mn} z} \sin \varphi \sin(\beta_{mx} x) d\varphi, \\
 SC_{q, mn}^{\pm} &= \int_{-\alpha}^{\alpha} e^{iq\varphi} e^{\pm i \zeta_{mn} z} \sin \varphi \cos(\beta_{mx} x) d\varphi, \\
 S_{q, mn}^{\pm} &= \int_{-\alpha}^{\alpha} e^{iq\varphi} e^{\pm i \zeta_{mn} z} \sin(\beta_{mx} x) d\varphi, \\
 C_{q, mn}^{\pm} &= \int_{-\alpha}^{\alpha} e^{iq\varphi} e^{\pm i \zeta_{mn} z} \cos(\beta_{mx} x) d\varphi.
 \end{aligned}$$

Введем понятие матричных операторов сшивания электрического и магнитного полей \mathbf{E}_j^{\pm} и \mathbf{H}_j^{\pm} . Они будут представлять собой клеточные матрицы вида

$$\mathbf{E}_j^{\pm} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_j^{e, \pm h} & \mathbf{E}_j^{e, \pm e} \\ \mathbf{E}_j^{h, \pm h} & \mathbf{E}_j^{h, \pm e} \end{bmatrix} \text{ и } \mathbf{H}_j^{\pm} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_j^{e, \pm h} & \mathbf{H}_j^{e, \pm e} \\ \mathbf{H}_j^{h, \pm h} & \mathbf{H}_j^{h, \pm e} \end{bmatrix},$$

блоки которых определим как матрицы интегралов связи. Например,

$$\mathbf{H}_j^{\frac{h, \pm h}{rad \ rect}} = \left[H_{qp, mn}^{h, \pm h} (a = a_j, \varphi = \varphi_j) \right]_{\substack{q=-\infty, p=1, m=0(1), n=1(0) \\ rad \ rect}}^{\infty},$$

$$\mathbf{H}_j^{h, \pm e} = \left[H_{qp, mn}^{h, \pm e} \right]_{q=-\infty, p=1, m=1, n=1}^{\infty},$$

$$\mathbf{H}_j^{e, \pm h} = \left[H_{qp, mn}^{e, \pm h} \right]_{q=-\infty, p=0, m=0(1), n=1(0)}^{\infty},$$

$$\mathbf{H}_j^{e, \pm e} = \left[H_{qp, mn}^{e, \pm e} \right]_{q=-\infty, p=0, m=1, n=1}^{\infty}$$

и аналогично для операторов \mathbf{E}_j . Таким образом,

в обобщенных операторах сшивания \mathbf{E}_j^{\pm} и \mathbf{H}_j^{\pm} индексы вдоль строки изменяются вдоль базиса прямоугольного волновода, а индексы вдоль столбца – вдоль базиса радиального волновода.

Если ввести векторы амплитуд падающих и рассеянных волн в j -м прямоугольном волноводе как $\vec{\mathbf{I}}^{(j)} = \{I_{H, mn}^{(j)}, I_{E, mn}^{(j)}\}$ и $\vec{\mathbf{R}}^{(j)} = \{R_{H, mn}^{(j)}, R_{E, mn}^{(j)}\}$ соответственно, то результат сшивания полей радиального волновода со всеми волноводами, подходящими к нему, и последующих проекционных операций вида (4), (5) представляется в виде двух равенств:

$$\sum_j \mathbf{E}_j^+ \vec{\mathbf{R}}_j + \sum_j \mathbf{E}_j^- \vec{\mathbf{I}}_j = \mathbf{P}^E(R) \vec{\mathbf{A}} + \mathbf{Q}^E(R) \vec{\mathbf{B}} \quad (6)$$

(сшивание E -полей);

$$\sum_j \mathbf{H}_j^+ \vec{\mathbf{R}}_j + \sum_j \mathbf{H}_j^- \vec{\mathbf{I}}_j = \mathbf{P}^H(R) \vec{\mathbf{A}} + \mathbf{Q}^H(R) \vec{\mathbf{B}} \quad (7)$$

(сшивание H -полей).

Здесь $\vec{\mathbf{A}}$ и $\vec{\mathbf{B}}$ – векторы амплитуд «стоячих» волн радиального волновода, а $\mathbf{P}^{E(H)}$ и $\mathbf{Q}^{E(H)}$ – диагональные матрицы, имеющие смысл матриц норм этих волн. При записи (6) и (7), в частности, учтено то, что рассматриваемая поверхность сшивания полей полностью «занята» апертурами расходящихся прямоугольных волноводов и, таким образом, не содержит металлических фрагментов.

Алгоритмы расчета матриц рассеяния многопортовых соединений, не содержащих неоднородностей в радиальном волноводе. Обратимся теперь к конкретным конфигурациям, изображенным на рис. 2. Так как внутренняя область таких объектов включает точку $\rho = 0$, то в разложениях для поля в радиальном волноводе останутся только слагаемые, связанные с функциями Бесселя, т. е. $\vec{\mathbf{B}} \equiv 0$. Матричные уравнения, описывающие сшивку полей, превратятся в такую пару:

$$\sum_j \mathbf{E}_j^+ \bar{\mathbf{R}}_j + \sum_j \mathbf{E}_j^- \bar{\mathbf{I}}_j = \mathbf{P}^E(R) \bar{\mathbf{A}}; \quad (8)$$

$$\sum_j \mathbf{H}_j^+ \bar{\mathbf{R}}_j + \sum_j \mathbf{H}_j^- \bar{\mathbf{I}}_j = \mathbf{P}^H(R) \bar{\mathbf{A}}. \quad (9)$$

Если продолжить обобщение, вводя векторы-столбцы $\bar{\mathbf{I}} = \{\bar{\mathbf{I}}^{(0)}, \dots, \bar{\mathbf{I}}^{(j)}, \dots, \bar{\mathbf{I}}^{(J)}\}$ и

$\bar{\mathbf{R}} = \{\bar{\mathbf{R}}^{(0)}, \dots, \bar{\mathbf{R}}^{(j)}, \dots, \bar{\mathbf{R}}^{(J)}\}$, описывающие векторы амплитуд падающих и рассеянных полей соответственно, и обобщенные операторы шивания по всем апертурам как матрицы-строки

$$\mathbf{E}^\pm = (\mathbf{E}_0^\pm, \dots, \mathbf{E}_j^\pm, \dots, \mathbf{E}_J^\pm),$$

$$\mathbf{H}^\pm = (\mathbf{H}_0^\pm, \dots, \mathbf{H}_j^\pm, \dots, \mathbf{H}_J^\pm),$$

то приходим к простой форме

$$\mathbf{E}^+ \bar{\mathbf{R}} + \mathbf{E}^- \bar{\mathbf{I}} = \mathbf{P}^E(R) \bar{\mathbf{A}}; \quad (10)$$

$$\mathbf{H}^+ \bar{\mathbf{R}} + \mathbf{H}^- \bar{\mathbf{I}} = \mathbf{P}^H(R) \bar{\mathbf{A}}. \quad (11)$$

Отсюда следует

$$(\mathbf{P}^{H-1} \mathbf{H}^+ - \mathbf{P}^{E-1} \mathbf{E}^+) \bar{\mathbf{R}} + (\mathbf{P}^{H-1} \mathbf{H}^- - \mathbf{P}^{E-1} \mathbf{E}^-) \bar{\mathbf{I}} = 0,$$

и, так как $\bar{\mathbf{I}}$ есть вектор амплитуд падающих волн, то \mathbf{S} -матрица рассматриваемого многопортовика определится выражением

$$\mathbf{S} = - \left(\mathbf{P}^{H-1} \mathbf{H}^+ - \mathbf{P}^{E-1} \mathbf{E}^+ \right)^{-1} \times \left(\mathbf{P}^{H-1} \mathbf{H}^- - \mathbf{P}^{E-1} \mathbf{E}^- \right). \quad (12)$$

Структурное отличие узлов, изображенных на рис. 2, д-з, состоит в том, что часть прямоугольных волноводов содержит «короткозамыкатели», расположенные непосредственно в их началах. Приравнивая нулю электрическое поле в j -м волноводе, получаем связь $\mathbf{E}^+ \bar{\mathbf{R}} + \mathbf{E}^- \bar{\mathbf{I}} = \mathbf{P}^E(R) \bar{\mathbf{A}}$. Порядок клеточных операторов в (8), (9) останется тем же, однако векторы $\bar{\mathbf{I}}_j$ с j , соответствующими короткозамкнутым волноводам, перейдут в «фазряд» неизвестных. Фактически искомым вектор $\bar{\mathbf{R}}_j - \bar{\mathbf{I}}_j$ будет описывать распределение токов на поверхности «короткозамыкателя», например на стенке внутренней области тройника (рис. 2, г), или на срезе усеченного излома (рис. 2, д), или на боковых стенках трапециевидального перехода (рис. 2, е, ж) и т. д. Пусть среди $(J+1)$ -волноводов рассматриваемого соединения (рис. 2) «закорочены» порты с номерами $j = k^{(1)}, j = k^{(2)}, j = k^{(3)}$ и т. д., формирующими последовательность $\bar{k} = \{k^{(1)}, k^{(2)}, k^{(3)} \dots\}$.

Учитывая связь $\mathbf{E}^+ \bar{\mathbf{R}} + \mathbf{E}^- \bar{\mathbf{I}} = \mathbf{P}^E(R) \bar{\mathbf{A}}$ для $j \in \bar{k}$, получим из (8), (9)

$$\sum_{j \notin \bar{k}} \mathbf{E}_j^+ \bar{\mathbf{R}}_j + \sum_{j \in \bar{k}} (\mathbf{E}_j^+ - \mathbf{E}_j^-) \bar{\mathbf{R}}_j + \sum_{j \notin \bar{k}} \mathbf{E}_j^- \bar{\mathbf{I}}_j = \mathbf{P}^E(R) \bar{\mathbf{A}},$$

$$\sum_{j \notin \bar{k}} \mathbf{H}_j^+ \bar{\mathbf{R}}_j + \sum_{j \in \bar{k}} (\mathbf{H}_j^+ - \mathbf{H}_j^-) \bar{\mathbf{R}}_j + \sum_{j \notin \bar{k}} \mathbf{H}_j^- \bar{\mathbf{I}}_j = \mathbf{P}^H(R) \bar{\mathbf{A}}.$$

Введем обобщенные операторы, учитывающие «закоротки»

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{H})^+ = \left(\begin{array}{l} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{H})_j^+ = \mathbf{E}(\mathbf{H})_j^+ \text{ для } j \notin \bar{k} \\ \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{H})_j^+ = \mathbf{E}(\mathbf{H})_j^+ - \mathbf{E}(\mathbf{H})_j^- \text{ для } j \in \bar{k} \end{array} \right); \quad (13)$$

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{H})^- = \left(\begin{array}{l} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{H})_j^- = \mathbf{E}(\mathbf{H})_j^- \text{ для } j \notin \bar{k} \\ \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{H})_j^- = 0 \text{ для } j \in \bar{k} \end{array} \right). \quad (14)$$

В результате приходим к (12) с заменой $\mathbf{H}(\mathbf{E})^+$ на $\hat{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{E}})^+$ и $\mathbf{H}(\mathbf{E})^-$ на $\hat{\mathbf{H}}(\hat{\mathbf{E}})^-$.

Численные результаты. Поскольку основной интерес авторов был сосредоточен на анализе сходимости проекционного алгоритма, то расчет элементов конечномерных матричных операторов, входящих в (12), выполнялся с повышенной точностью, т. е. заведомо точнее предполагаемой ошибки вследствие редукции бесконечномерных матричных операторов (10^{-3}). Расчет интегралов связи можно осуществить как прямым численным интегрированием, так и с использованием формул Якоби–Ангера. Мы использовали численное интегрирование методом Симпсона как наиболее надежное.

Далее исследуется сходимость описанных выше алгоритмов на примере узлов без неоднородностей в области радиального волновода (рис. 2, а, б, г, е). Так как на границах между радиальным и прямоугольным волноводами не происходит преобразование волн с различными индексами p (по оси Y , см. рис. 1), ограничимся здесь $p = 0$. Предполагая включение новых алгоритмов в состав системы моделирования *MWD*, мы уделили внимание не только основной (одномодовой) части матрицы рассеяния, но и высшим модам.

Ограничим базис радиального волновода волнами с Q азимутальными вариациями, при этом $q \in [-Q, Q]$. Тогда требование квадратности матриц \mathbf{E}^\pm и \mathbf{H}^\pm автоматически накладывает ограничение на размеры M_j базисов прямо-

$$\text{угольных волноводов по осям } X \sum_{i=1}^{J+1} M_j = 2Q + 1,$$

где $J+1$ – это количество прямоугольных волноводов в рассматриваемом волноводном узле. Распределение M_i между различными волноводами произвольно, но исходя из соображений наилучшего согласования пространственных вариаций

поля в k -м прямоугольном волноводе с полем радиального волновода (правило Митры), будем выбирать их по правилу $M_k \approx a_k(2Q+1) / \sum_{i=1}^I a_i$, где a_k – поперечный размер k -го волновода. Интегралы типа S^\pm , C^\pm , SS^\pm , SC^\pm , содержащие произведения быстро осциллирующих функций, вычислялись с точностью не хуже 10^{-5} . Таким образом, остается единственный параметр Q , влияющий на точность вычислений. Задача состоит в выборе минимального значения Q , обеспечивающего требуемую точность решения.

В качестве простейшей тестовой была выбрана задача о крестообразном сочленении прямоугольных волноводов (рис. 2, б). Расчет проведен для $3 \leq Q \leq 81$. При возбуждении основной волной прямоугольного волновода получаем семейства кривых, представляющих зависимости важных элементов \mathbf{S} -матрицы от безразмерной частоты a/λ и соответствующих различным значениям Q (рис. 4).

Анализ подобных зависимостей, включая высшие волны, позволяет сделать вывод о достаточно быстрой сходимости решения волноводной задачи уже при $Q > 11$, особенно в области нижних частот. Дальнейшее увеличение Q приводит к тому, что графики зависимости становятся визуально неразличимы и сливаются между собой и с опорной зависимостью, полученной методом частичных областей.

Более подробные данные о сходимости результатов для некоторых элементов \mathbf{S} -матрицы от Q для $a/\lambda = 1,75$ приведены в табл. 1 и 2.

Для сравнения в последней колонке каждой таблицы приведены опорные результаты, полученные применением МЧО с высокой точностью. Видно, что хотя сходимость решения и ухудшается с повышением частоты, даже на частоте $a/\lambda = 1,75$ можно получить значения элементов \mathbf{S} -матрицы с точностью до 10^{-4} по амплитуде и $0,5^\circ$ по фазе уже при $Q = 41$.

С целью проверки применимости метода для задач о волноводных сочленениях с некоординатной областью связи, была решена задача о Y -образном сочленении прямоугольных волноводов в H -плоскости (рис. 2, е). Так же, как и в предыдущей задаче, анализировалась сходимость алгоритма в зависимости от количества азимутальных мод Q в радиальном волноводе. Частотные зависимости коэффициента отражения для любого из портов представлены на рис. 5 в виде семейства кривых, полученных при различных значениях Q .

В качестве опорных использовались результаты расчета, опубликованные в работе [15] и полученные методом произведения областей в задачах дифракции волн на двумерных кусочно-линейных структурах. Они хорошо совпадают в рабочем частотном диапазоне устройства $0,6 \leq a/\lambda \leq 0,95$ уже при значениях $Q \geq 22$.

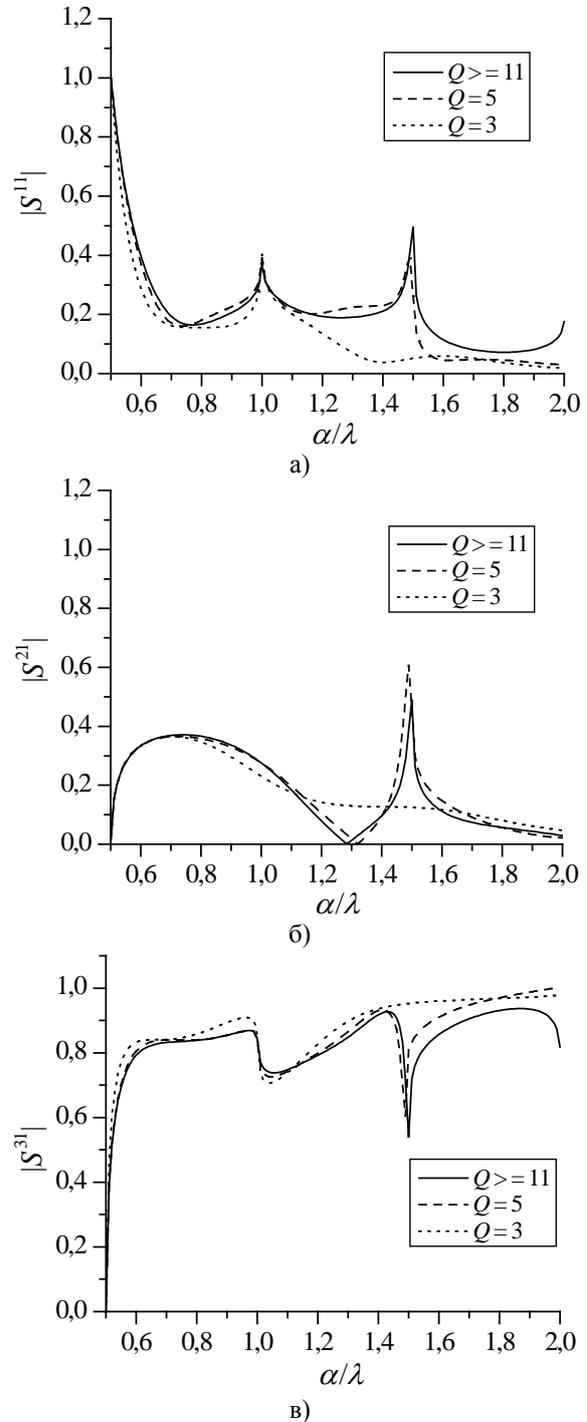


Рис. 4. Зависимость амплитуд основных элементов матрицы рассеяния крестообразного сочленения прямоугольных волноводов (рис. 2, б) от размера базиса Q внутреннего радиального волновода на приведенной частоте $a/\lambda = 1,75$

Таблица 1

Зависимость модулей элементов матрицы рассеяния крестообразного сочленения прямоугольных волноводов (рис. 2, б) от размера базиса Q внутреннего радиального волновода на приведенной частоте $a/\lambda = 1,75$

Модуль элемента матрицы рассеяния	Размер базиса						
	$Q = 3$	$Q = 5$	$Q = 11$	$Q = 21$	$Q = 41$	$Q = 81$	МЧО
$ S_{H_{1,0},H_{1,0}}^{1,1} $	0,04446	0,04761	0,0719	0,07408	0,07371	0,07364	0,07355
$ S_{H_{1,0},H_{1,0}}^{2,1} $	0,09106	0,07243	0,06425	0,06608	0,06663	0,06679	0,067
$ S_{H_{1,0},H_{1,0}}^{3,1} $	0,96614	0,95975	0,92009	0,91831	0,91815	0,918	0,91806
$ S_{H_{2,0},H_{2,0}}^{1,1} $	0,09356	0,22409	0,27907	0,27004	0,26688	0,26599	0,26345
$ S_{H_{2,0},H_{2,0}}^{2,1} $	0	0,30655	0,28197	0,29437	0,29998	0,30135	0,30553
$ S_{H_{2,0},H_{2,0}}^{3,1} $	0,9712	0,56669	0,55904	0,55142	0,54732	0,54644	0,54351
$ S_{H_{3,0},H_{1,0}}^{1,1} $	0,09106	0,07678	0,09137	0,09365	0,09494	0,09517	–
$ S_{H_{3,0},H_{1,0}}^{2,1} $	0,96614	0	0,21102	0,22124	0,22326	0,22392	–
$ S_{H_{3,0},H_{1,0}}^{3,1} $	0,09106	0,63839	0,36042	0,35516	0,35505	0,35498	–

Таблица 2

Зависимость фаз элементов матрицы рассеяния (в градусах) крестообразного сочленения прямоугольных волноводов (рис. 2, б) от размера базиса Q внутреннего радиального волновода на приведенной частоте $a/\lambda = 1,75$

Фаза элемента матрицы рассеяния	Размер базиса						
	$Q = 3$	$Q = 5$	$Q = 11$	$Q = 21$	$Q = 41$	$Q = 81$	МЧО
$\arg(S_{H_{1,0},H_{1,0}}^{1,1})$	173,03877	-151,37774	131,57585	127,33037	126,09744	125,80341	124,81733
$\arg(S_{H_{1,0},H_{1,0}}^{2,1})$	149,16814	130,2014	164,3664	161,46109	160,98946	160,79334	160,35989
$\arg(S_{H_{1,0},H_{1,0}}^{3,1})$	-118,41974	-108,70386	-110,49596	-110,83388	-110,91628	-110,95109	-111,02449
$\arg(S_{H_{2,0},H_{2,0}}^{1,1})$	-102,57886	8,75632	-8,96257	-13,06668	-14,53742	-14,93082	-16,10441
$\arg(S_{H_{2,0},H_{2,0}}^{2,1})$	-103,37675	94,73762	93,60419	91,64735	90,85098	90,62025	90,04925
$\arg(S_{H_{2,0},H_{2,0}}^{3,1})$	-27,89899	3,14959	10,13872	8,79271	8,28541	8,16191	-172,20048
$\arg(S_{H_{3,0},H_{1,0}}^{1,1})$	149,16814	171,92633	-12,5169	-20,67423	-21,94674	-22,57595	–
$\arg(S_{H_{3,0},H_{1,0}}^{2,1})$	-118,41974	117,23515	-151,80407	-150,78182	-150,81159	-150,75012	–
$\arg(S_{H_{3,0},H_{1,0}}^{3,1})$	149,16814	-96,1146	-60,50439	-62,0386	-62,31186	-62,4134	–

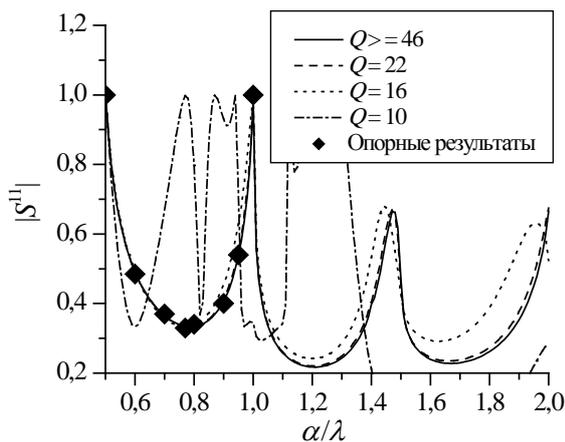


Рис 5. Коэффициент отражения волны $H_{1,0}$ в произвольном плече Y-образного сочленения прямоугольных волноводов в H -плоскости в зависимости от частоты и точности расчетов

В заключение на рис. 6 приведем характеристики отражения волны $H_{1,0}$ из узкого плеча H -плоскостного линейного перехода (рис. 2, e) между волноводами разных сечений.

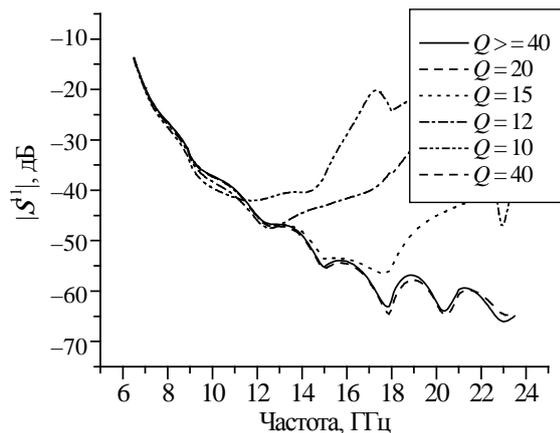


Рис. 6. Коэффициент отражения волны $H_{1,0}$ от узкого плеча H -плоскостного линейного волноводного перехода, изображенного на рис. 2, e

Модель порождена из неравноплечего четырехпортового сочленения прямоугольных волноводов, два порта которого закорочены «короткозамыкателями». Длина перехода l равнялась 50 мм, ширина узкого волновода – 25 мм, а широкого – 50 мм. Для наглядности был выбран логарифмический масштаб по оси ординат. В качестве опорных служили результаты расчета этой же конструкции, полученные путем аппроксимации плавных некоординатных границ перехода большим (больше 50) количеством прямоугольных ступенек и вычисленные методом обобщенных матриц рассеяния [16].

Как и ожидалось, наблюдается хорошая сходимость результатов решения волноводной

задачи, которые при значениях $Q \geq 40$ практически совпадают с опорными. Так же, как и в предыдущих задачах, погрешность вычислений растет с увеличением частоты. Для получения приемлемых результатов (погрешность $\sim 0,5$ дБ) в рабочем диапазоне частот узкого волновода (0,72...11,4 ГГц) необходимо выбрать $Q \geq 15$. Важно подчеркнуть возможность получения точных данных даже на уровне очень малых обратных потерь $-40...-50$ дБ.

Выводы. Анализ полученных результатов решения тестовых задач позволяет заключить следующее.

Сходимость алгоритма решения носит монотонный характер относительно количества учитываемых азимутальных мод в базисе радиального волновода.

Абсолютная погрешность вычисления амплитуд элементов матрицы рассеяния приблизительно одинакова для всех элементов матрицы. Как следствие, относительная погрешность увеличивается при уменьшении абсолютного значения рассчитываемого элемента.

Погрешность вычисления фазы элемента матрицы рассеяния зависит от абсолютного значения рассчитываемого элемента и увеличивается с его уменьшением. Это является прямым следствием того, что фаза элемента определяется отношением его мнимой и реальной частей, а значит, при ее вычислении складываются относительные погрешности вычисления обеих этих частей.

Таким образом, предложенная версия МЧО с промежуточным ортогональным разложением позволяет рассчитывать характеристики волноводных устройств с высокой степенью точности при относительно малых вычислительных затратах.

Библиографический список

1. Кисунько Г. В. Электродинамика полых систем / Г. В. Кисунько. – Л.: Изд-во ВКАС, 1940. – 426 с.
2. Приколотин С. А. Метод частичных областей с учетом особенностей во внутренних задачах с произвольными кусочно-координатными границами. Часть 1. Спектры собственных волн ортогональных волноводов / С. А. Приколотин, А. А. Кириленко // Радиофизика и электрон. – 2010. – 1(15), № 1. – С. 17–29.
3. Метод частичных областей с учетом особенностей во внутренних Задачах с произвольными кусочно-координатными границами. Часть 2. Плоско-поперечные соединения и «in-line» объекты / С. А. Стещенко, С. А. Приколотин, Д. Ю. Кулик и др. // Радиофизика и электрон. – 2013. – 4(18), № 3. – С. 13–21.
4. Piefke G. // Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik. – 1970. – 24. – P. 523.
5. Reisdorf F. Wave Propagation in a Bent Rectangular Waveguide / F. Reisdorf, H. D. Knetsch // Nachr. Tech. Z. – 1972. – 25, N 7. – P. 512–517.

6. Gesche R. Scattering by a Lossy Dielectric Cylinder in a Rectangular Waveguide / R. Gesche, N. Lochel // IEEE Trans. on MTT. – 1988. – 36, N 1. – P. 137–144.
7. Full wave modeling of conducting posts in rectangular waveguides and its applications to slot coupled combline filters / Wui-Wen Yao, K. A. Zaki, A. E. Atia, R. Hershtig // IEEE Trans. on MTT. – 1995. – 43, N 12. – P. 2824–2830.
8. Kulik D. Modeling of elements with circular symmetry placed in a rectangular waveguide multiport / D. Kulik, A. Kirilenko // VIII Int. Conf. “Mathematical Methods in Electromagnetic Theory” (ММЕТ’2000): proc. – Kharkov, 2000. – Vol. 1. – P. 482–484.
9. Kirilenko A. A. Successive matching as the technique for scalarisation of waveguide vector problems / A. A. Kirilenko, T. I. Vasilyeva, V. I. Tkachenko // Int. Conf. Computations in electromagnetics: proc. – Torino, 1991. – P. 376–377.
10. Kirilenko A. A. Organization of “electrodynamical assemblage” in calculation of complex waveguide objects / A. A. Kirilenko, V. I. Tkachenko, S. L. Senkevich // J. Communications Technology and Electronics. – 2007. – 52, N 6. – P. 633–640.
11. Ma Z. Port Reflection Coefficient Method for Solving Multiport Microwave Network Problems / Z. Ma, E. Yamashita // IEEE Trans. on MTT. – 1995. – 43, N 2. – P. 331–337.
12. Extending “the shorted port reflection coefficient method” for calculation of S -matrices, using reduced numerical models / A. A. Kirilenko, D. Yu. Kulik, S. L. Senkevich, V. I. Tkachenko // Telecommunications and Radio Engineering. – 2003. – 59, N 3&4. – P. 57–66.
13. Обобщение метода частичных областей на волноводные тройники с металлическими включениями во внутренней области / А. А. Кириленко, Д. Ю. Кулик, В. И. Ткаченко, С. Ф. Кулишенко // Радиофизика и электрон.: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – Х., 2001. – 6, № 2–3. – С. 181–186.
14. Строгое решение двумерной задачи дифракции на конечном числе криволинейных экранов // В. Н. Кошпаренко, П. Н. Мележик, А. Е. Поединчук, В. Н. Шестопапов // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 1983. – 23, № 6. – С. 1506–1512.
15. Прохода И. Г. К расчету N -плечевого соединения прямоугольных волноводов в H -плоскости / И. Г. Прохода, В. П. Чумаченко // Радиотехника и электрон. – 1974. – 19, № 3. – С. 608–610.
16. Kirilenko A. A. Stepped model of smooth irregularities corrected for location of equivalent reflection surface /

A. A. Kirilenko, M. V. Orlov, V. I. Tkachenko // Electromagnetics Lett. – 1993. – 29, N 25. – P. 2180–2181.

Рукопись поступила 13.09.2016.

A. A. Kirilenko, D. Yu. Kulik, S. A. Steshenko

THE KEY ALGORITHM OF A MODE-MATCHING TECHNIQUE FOR THE ANALYSIS OF RESONANCE POSTS, TEE, TURNSTILE AND OTHER TYPES OF MULTIPOINT JUNCTIONS

While designing waveguide junctions, one of the actual tasks is the development of a mode-matching technique for calculating heterogeneities given in different coordinate systems. This paper presents the method for calculating multiport junction using the fields coupling in radial and rectangular waveguides. We proposed a modification of this method for junctions with several shorted ports. The accuracy and convergence of this method were researched.

Key words: radial waveguide, rectangular waveguide, multiport junction.

А. О. Кириленко, Д. Ю. Кулик, С. О. Стешенко

КЛЮЧОВИЙ АЛГОРИТМ МЕТОДУ ЧАСТКОВИХ ОБЛАСТЕЙ В АНАЛІЗІ РЕЗОНАНСНИХ ШТИРІВ, ТРИЙНИКОВИХ, ТУРНИКЕТНИХ ТА ДЕЯКИХ ІНШИХ БАГАТОПЛЕЧИХ З’ЄДНАНЬ

При проектуванні хвилеводних вузлів актуальним завданням є розвиток методу часткових областей для розрахунку неоднорідностей, що задані у різних системах координат. У цій роботі представлено метод розрахунку ряду багатоплечих з’єднань за допомогою методу зшивання полів у радіальному і прямокутному хвилеводах. Запропоновано модифікацію методу для з’єднань з декількома закороченими плечами. Також були досліджені точність і збіжність методу.

Ключові слова: радіальний хвилевод, прямокутний хвилевод, багатоплече з’єднання.