

УДК 535.37.421+517.9:536.4
 PACS 42.25.Fx, 42.25.Bs, 42.25.Gy

А. В. Бровенко, П. Н. Мележик, А. Е. Поединчук, А. С. Трошило
 Інститут радіофізики і електроніки ім. А. Я. Усикова НАН України
 12, ул. Акад. Проскури, Харків, 61085, Україна
 E-mail: melezhik@ire.kharkov.ua

**ЧИСЛЕННИЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ
 ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ПЛОСКОМ СЛОЕ
 С КЕРРОВСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ**

В связи с проектированием и созданием различного типа умножителей частоты, а также других электродинамических устройств, содержащих нелинейные диэлектрики, возникает необходимость в исследовании их электродинамических свойств. Для этих целей необходимо решать задачи дифракции электромагнитных волн на нелинейных диэлектрических структурах различного вида. В настоящей работе рассмотрена задача дифракции плоской линейно поляризованной электромагнитной волны на нелинейном диэлектрическом слое, нелинейность которого описывается законом Керра. На основе построения специальных решений задачи Коши для нелинейного уравнения Риккати реализован эффективный алгоритм решения этой задачи. Приведены результаты численного моделирования рассматриваемой нелинейной структуры. Обнаружены диапазоны изменения амплитуды и частоты возбуждающей электромагнитной волны, где зависимости коэффициентов отражения и прохождения имеют гистерезисный характер. Показано, что подбором величин амплитуды возбуждающей электромагнитной волны можно осуществить безотражательное туннелирование электромагнитной волны через слой нелинейного диэлектрика. Полученные в работе результаты численного эксперимента, кроме их применения при моделировании и конструировании электродинамических устройств, содержащих нелинейные диэлектрики, могут быть также использованы как «эталонные» при исследовании дифракционных процессов в нелинейных диэлектрических структурах, где нелинейность характеризуется законами, отличными от закона Керра, а также нелинейных диэлектрических структур более сложной геометрии. Ил. 3. Библиогр.: 7 назв.

Ключевые слова: дифракция, керровская нелинейность, коэффициенты отражения и прохождения.

В настоящей работе обсуждаются вопросы, связанные с разработкой методов математического моделирования процессов дифракции и распространения электромагнитных волн в присутствии нелинейных планарных диэлектрических структур [1–5]. Нелинейность, вообще говоря, приводит к многочастотности и необходимости решать нестационарную задачу дифракции [6]. Однако в ряде случаев нелинейная задача может быть сформулирована как одночастотная в спектральной области. Для такой задачи электромагнитное поле приводит к зависимости диэлектрической проницаемости от усредненного за период квадрата напряженности электрического поля [7]. Ранее (см., например, [4]) был развит метод решения задач аналогичного типа для керровской нелинейности. Он основан на использовании первого интеграла для соответствующего нелинейного уравнения (для керровской нелинейности этот интеграл известен в явном виде). Однако получение в явном виде интеграла возможно далеко не всегда. Поэтому важно разработать метод, который не использует в явном виде первый интеграл. Ниже на примере керровской нелинейности рассмотрен численный алгоритм решения задачи дифракции волн на слое нелинейного диэлектрика. Этот алгоритм основан на построении специальных решений задачи Коши для уравнения типа Риккати, содержащего, помимо квадратичной нелинейности, нелинейности другого типа.

1. Постановка задачи дифракции.

Пусть плоская линейно поляризованная электро-

магнитная волна падает нормально на плоский слой нелинейного диэлектрика, расположенного в области $0 \leq z \leq h$ (рис. 1).

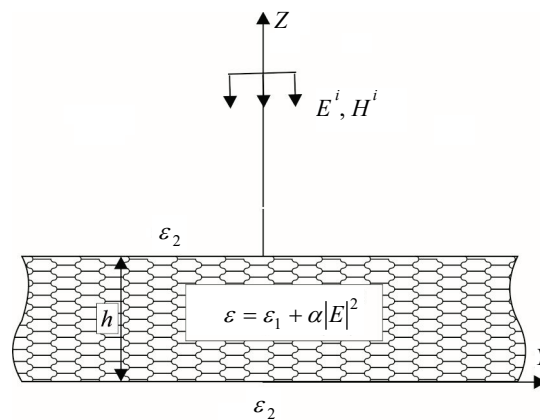


Рис. 1. Геометрия задачи

Предполагается, что диэлектрическая проницаемость внутри слоя описывается законом Керра [3]

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \alpha|E|^2,$$

где ε_1 – диэлектрическая проницаемость в отсутствии поля; α – коэффициент нелинейности. Относительно поляризации электромагнитного поля предположим, что электрическое поле параллельно оси x :

$$E_x^{\text{пад}} = A e^{-ik\sqrt{\varepsilon_2}(z-h)} e^{-i\omega t}, \tag{1}$$

где A – амплитуда падающей волны; h – толщина слоя; $k = \omega/c$ – волновое число; c – скорость света в вакууме; ε_2 – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей полупространство $z > h$. Не ограничивая общности, будем считать, что полупространство $z < 0$ заполнено той же средой, что и полупространство $z > h$.

Электромагнитное поле, возникающее в результате дифракции волны (1) на слое нелинейного диэлектрика, должно удовлетворять уравнениям Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H}^\partial &= -i\omega\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}^\partial, \\ \operatorname{rot} \vec{E}^\partial &= i\omega\mu_0\vec{H}^\partial. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь и далее множитель $e^{-i\omega t}$ опускаем, ε_0, μ_0 – соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума.

Поскольку падающее поле не зависит от координат x, y , то естественно предположить, что этим свойством обладает и дифракционное поле $\vec{E}^\partial, \vec{H}^\partial$. Кроме того, будем считать, что нелинейный диэлектрик не изменяет поляризацию падающей волны. В этом случае систему уравнений (2) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E_x^\partial}{dz^2} + k_0^2 \varepsilon_2 E_x^\partial &= 0, \\ H_y^\partial &= \frac{1}{ik_0} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{dE_x^\partial}{dz}, \end{aligned} \quad \text{при } z > h \text{ и } z < 0; \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E_x^\partial}{dz^2} + k_0^2 \varepsilon_1 E_x^\partial + k_0^2 \alpha |E_x^\partial|^2 E_x^\partial &= 0, \\ H_y^\partial &= \frac{1}{ik_0} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{dE_x^\partial}{dz}, \end{aligned} \quad 0 \leq z \leq h, \quad (4)$$

где $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$.

Уравнения (3) и (4) следует дополнить условиями на границах раздела сред при $z = h$ и $z = 0$ и условием излучения в полупространствах $z > h$ и $z < 0$.

Такова постановка задачи дифракции волны (1) на слое нелинейного диэлектрика без учета многочастотности.

2. Численный алгоритм решения задачи дифракции. Схема алгоритма состоит в следующем. Вначале получаем решения уравнений (3) в полупространствах $z > h$ и $z < 0$. Затем строится специальное решение нелинейного уравнения (4) путем сведения этого уравнения к уравнению типа Риккати. Для решения уравнения типа Риккати ставится задача Коши, которая редуцируется к рекуррентной формуле для расчета искомой функции на дискретном множестве значений из интервала $[0; h]$. Заключительный этап состоит в получении нелинейных уравнений для

нахождения коэффициентов отражения и прохождения.

Рассмотрим уравнение (3). Это дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Учитывая условия излучения в полупространствах $z > h$ и $z < 0$, получаем общее решение уравнения (3):

$$E_x^\partial = \begin{cases} R e^{ik_0\sqrt{\varepsilon_2}(z-h)}, & z > h, \\ T e^{-ik_0\sqrt{\varepsilon_2}z}, & z < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь неизвестные величины R и T можно интерпретировать как коэффициенты отражения и прохождения.

Рассмотрим теперь уравнение (4). Перейдем к безразмерным переменным $\bar{z} = \frac{z}{h}$,

$U = \sqrt{\alpha} E_x^\partial$. Тогда уравнение (4) можно представить в следующем виде:

$$\ddot{U} + \kappa^2 \varepsilon_1 U + \kappa^2 |U|^2 U = 0, \quad (6)$$

где $\kappa = k_0 h$ – нормированный частотный параметр, точка обозначает операцию дифференцирования по \bar{z} .

Решение уравнения (6) будем искать в виде

$$U(\bar{z}) = \bar{T} \exp\left(\int_0^{\bar{z}} V(x) dx\right), \quad 0 \leq \bar{z} \leq 1, \quad (7)$$

где $\bar{T} = \sqrt{\alpha} T$, V – новая неизвестная функция.

Функция U на границе слоя нелинейного диэлектрика $\bar{z} = 0$ должна удовлетворять условиям сопряжения

$$U|_{\bar{z}=0} = \bar{T}, \quad \dot{U}|_{\bar{z}=0} = -i\kappa\sqrt{\varepsilon_2}\bar{T}. \quad (8)$$

Эти условия следуют из непрерывности тангенциальных компонент E_x^∂ и H_y^∂ при $\bar{z} = 0$.

Из (7) и (8) получаем, что условия сопряжения будут выполнены, если функция V при $\bar{z} = 0$ удовлетворяет условию

$$V|_{\bar{z}=0} = -i\kappa\sqrt{\varepsilon_2}. \quad (9)$$

Подставим теперь (7) в уравнение (6). После ряда преобразований получаем

$$\dot{V} + V^2 + \kappa^2 \varepsilon_1 + \kappa^2 |\bar{T}|^2 \exp\left(2\int_0^{\bar{z}} \operatorname{Re} V(x) dx\right) = 0, \quad (10)$$

где $\operatorname{Re} V(x)$ – реальная часть функции $V(x)$.

Уравнение (10) является уравнением типа Риккати с дополнительным нелинейным членом

$$\kappa^2 |\bar{T}|^2 \exp\left(2\int_0^{\bar{z}} \operatorname{Re} V(x) dx\right).$$

Как было отмечено выше, функция V должна удовлетворять условию (9) при $\bar{z} = 0$.

Таким образом, функция V является решением задачи Коши для уравнения типа Риккати. Эта задача может быть решена следующим образом. Дискретизируем интервал $[0;1]$ по переменной \bar{z} , $\bar{z}_n = \delta(n-1)$, $n = 1, 2, \dots, N$, $\delta = \frac{1}{N-1}$.

Введем обозначения $V_n = V(\bar{z}_n)$. Из условия (9) следует, что значение $V_1 = -i\kappa\sqrt{\varepsilon_2}$. Задача состоит в нахождении значений V_n , $n = 2, \dots, N$, искомой функции $V(\bar{z})$. Будем полагать, что значение ε_1 является вещественным числом (случай комплексного ε_1 может быть исследован по аналогичной схеме). Из (10) имеем

$$\operatorname{Re}\dot{V} + (\operatorname{Re}V)^2 - (\operatorname{Im}V)^2 + \kappa^2\varepsilon_1 + \kappa^2|\bar{T}|^2 \exp\left(2\int_0^{\bar{z}} \operatorname{Re}V(x)dx\right) = 0; \quad (11)$$

$$\operatorname{Im}\dot{V} + 2\operatorname{Re}V \operatorname{Im}V = 0, \quad (12)$$

где $\operatorname{Im}(\dots)$ – мнимая часть V .

Из (12) с учетом условия (9) имеем

$$\operatorname{Im}V = -\kappa\sqrt{\varepsilon_2} \exp\left(-2\int_0^{\bar{z}} \operatorname{Re}V(x)dx\right). \quad (13)$$

Подставив (13) в (11), получаем

$$\operatorname{Re}\dot{V} + (\operatorname{Re}V)^2 - \kappa^2\varepsilon_2 \exp\left(-4\int_0^{\bar{z}} \operatorname{Re}V(x)dx\right) + \kappa^2\varepsilon_1 + \kappa^2|\bar{T}|^2 \exp\left(2\int_0^{\bar{z}} \operatorname{Re}V(x)dx\right) = 0. \quad (14)$$

Проинтегрируем (14) в пределах от \bar{z}_n до \bar{z}_{n+1} и обозначим $W_n = \operatorname{Re}V(\bar{z}_n)$,

$$I_n = \exp\left(2\int_0^{\bar{z}_n} \operatorname{Re}V(x)dx\right), n = 1, 2, \dots, N.$$

Тогда из (14) получаем

$$\begin{aligned} W_{n+1} - W_n + \int_{\bar{z}_n}^{\bar{z}_{n+1}} W^2(x) dx - \\ - \kappa^2\varepsilon_2 \int_{\bar{z}_n}^{\bar{z}_{n+1}} \exp\left(-4\int_0^x \operatorname{Re}V(y)dy\right) dx + \\ + \kappa^2\varepsilon_1\delta + \kappa^2|\bar{T}|^2 \int_{\bar{z}_n}^{\bar{z}_{n+1}} \exp\left(2\int_0^x \operatorname{Re}V(y)dy\right) dx = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Если N – достаточно большое число, то величина $\delta = \frac{1}{N-1}$ мала. Тогда, аппроксимируя

интегралы в (15) двухточечной квадратурной формулой трапеции, получим

$$\begin{aligned} W_{n+1} &= \frac{-2C_n}{1 + A_n + \sqrt{(1 + A_n)^2 - 2\delta C_n B_n}}, \\ I_{n+1} &= I_n \exp(\delta(W_n + W_{n+1})), \\ W_1 &= 0, I_1 = 1, n = 1, 2, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_n &= \kappa^2\varepsilon_2\delta^2 I_n^{-2}(1 - 2\delta W_n) + \\ &+ 0,5\kappa^2\delta^2|\bar{T}|^2 I_n(1 + \delta W_n), \\ B_n &= 1 - 2\kappa^2\varepsilon_2\delta^2 I_n^{-2} + 0,5\kappa^2\delta^2|\bar{T}|^2 I_n, \\ C_n &= -W_n\left(1 - \kappa^2\delta^2\left(\varepsilon_2 I_n^{-2} + \frac{1}{2}|\bar{T}|^2 A^2 I_n\right)\right) + \\ &+ \frac{1}{2}W_n^2\delta B_n + \kappa^2\delta\left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 I_n^{-2} + |\bar{T}|^2 I_n\right). \end{aligned} \quad (17)$$

Формулы (16), (17) позволяют при известных величинах $W_1 = \operatorname{Re}V(0)$, $I_1 = 1$, последовательно вычислять значения $W_n = \operatorname{Re}V(\bar{z}_n)$,

$$I_n = \exp\left(2\int_0^{\bar{z}_n} \operatorname{Re}V(x)dx\right), n = 2, \dots, N.$$

Для вычисления $\operatorname{Im}V(\bar{z}_n)$ можно воспользоваться формулой (13):

$$\operatorname{Im}V(\bar{z}_n) = -\kappa\sqrt{\varepsilon_2} I_n^{-1}, n = 1, 2, \dots, N. \quad (18)$$

Таким образом, с помощью формул (16)–(18), при известной величине $|\bar{T}|$, можно получить решение задачи Коши для уравнения типа Риккати (см. (10)) на дискретном множестве точек \bar{z}_n , $n = 1, 2, \dots, N$ из интервала $[0;1]$. Можно показать, что погрешность формул (16)–(18) составляет $\approx \delta^2$.

Получим теперь уравнение для расчета величин \bar{R} и \bar{T} ($\bar{R} = \sqrt{\alpha}R$, $\bar{T} = \sqrt{\alpha}T$) – нормированных коэффициентов отражения и прохождения. С этой целью воспользуемся условием сопряжения на границе слоя нелинейного диэлектрика $\bar{z} = 1$ ($z = h$).

После ряда преобразований имеем

$$\bar{T} = \frac{2i\kappa\sqrt{\varepsilon_2}\bar{A} \exp\left(-\int_0^1 V(x)dx\right)}{i\kappa\sqrt{\varepsilon_2} - V(1)}; \quad (19)$$

$$\bar{R} = \bar{A} \frac{i\kappa\sqrt{\varepsilon_2} + V(1)}{i\kappa\sqrt{\varepsilon_2} - V(1)}, \quad (20)$$

где $\bar{A} = \sqrt{\alpha}A$ – нормированная амплитуда падающей волны (см. (1)).

При достаточно большом $N (N \gg 1)$ величина $V(1) \cong \text{Re}V_N + i \text{Im}V_N$, а $\exp\left(-\int_0^1 V(x) dx\right) \cong I_N^{-1/2}$.

Итак, формулы (16)–(20) дают окончательное решение исходной задачи дифракции линейно поляризованной электромагнитной волны на слое нелинейного диэлектрика.

3. Результаты численных экспериментов. С помощью разработанного алгоритма были проведены численные эксперименты по исследованию процесса туннелирования линейно поляризованной электромагнитной волны через слой диэлектрика, диэлектрическая проницаемость которого нелинейно зависит от напряженности электрического поля по закону Керра. Результаты этих экспериментов представлены на рис. 2–4.

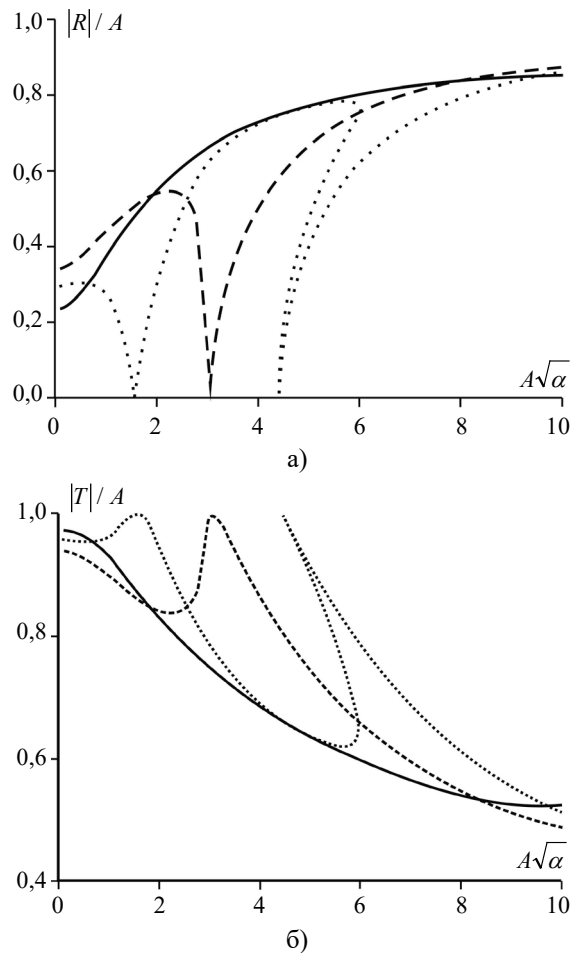


Рис. 2. Графики зависимостей модулей коэффициентов отражения (а) и прохождения (б) от нормированной амплитуды возбуждаемой волны: — $\kappa = 0,5$; --- $\kappa = 1,0$; ... $\kappa = 1,5$

Во всех экспериментах диэлектрическая проницаемость слоя задавалась по формуле

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \alpha |E_x^\partial|^2, \quad (21)$$

где $\varepsilon_1 = 2,04$; α – параметр нелинейности; E_x^∂ – напряженность электрического поля в диэлектрике. Коэффициенты отражения, прохождения и амплитуда падающей волны были нормированы на $\sqrt{\alpha}$: $\bar{R} = \sqrt{\alpha}R$, $\bar{T} = \sqrt{\alpha}T$ и $\bar{A} = \sqrt{\alpha}A$. Вместо частоты возбуждающей волны использовался безразмерный частотный параметр $\kappa = kh$. Диэлектрическая проницаемость среды, в которой распространяется падающая волна, была выбрана $\varepsilon_2 = 1$.

На рис. 2 показаны типичные зависимости модулей коэффициентов отражения (рис. 2, а) и прохождения (рис. 2, б) как функции амплитуды возбуждающей волны при различных значениях частотного параметра $\kappa = 0,5; 1,0; 1,5$. Очевидно, что коэффициенты отражения и прохождения сложным образом зависят от амплитуды возбуждающей волны. Для заданных значений частотного параметра ($\kappa = 0,5; 1,0; 1,5$) существуют диапазоны изменения амплитуды, в которых зависимости модулей коэффициентов отражения и прохождения имеют гистерезисный характер. При этом существуют значения амплитуды возбуждающей волны, при которых возможно безотражательное прохождение возбуждающей волны через слой нелинейного диэлектрика.

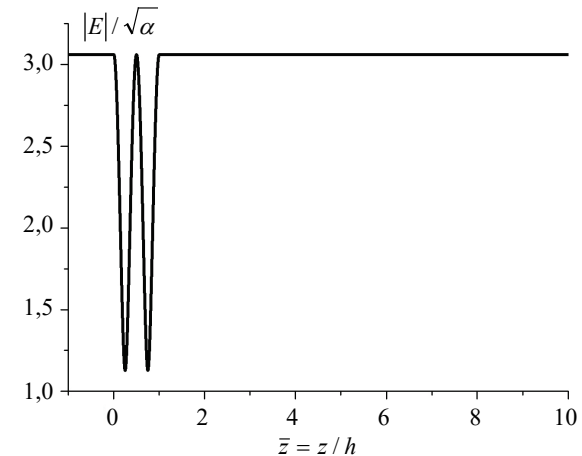


Рис. 3. График зависимости $|E_x|$ от нормированной координаты $\bar{z} = z/h$; $\kappa = 1,0$; $\sqrt{\alpha}A = 3,0613$

На рис. 3 показано распределение напряженности электрического поля $|E_x|$ от нормированной координаты $\bar{z} = z/h$ при таком значении амплитуды возбуждающей волны (интервал $[0;1]$ на рис. 3 соответствует слою нелинейного диэлектрика). Внутри нелинейного диэлектрического слоя амплитуда электрического поля осциллирует в соответствии с изменением диэлектрической проницаемости (см. (21)). При

$\bar{z} = 0,5(z = h/2)$ амплитуда электрического поля совпадает с амплитудой возбуждающей волны.

Рассмотрим теперь, как зависят коэффициенты отражения и прохождения от частоты возбуждающей волны. На рис. 4, а, б представлены зависимости модулей коэффициентов отражения $|R|/A$ и прохождения $|T|/A$ от частотного параметра $\kappa = \omega h/c$ при различных значениях нормированной амплитуды возбуждающей волны $\bar{A} = \sqrt{\alpha}A = 1, 2, 3$. На этих же рисунках сплошными линиями изображены аналогичные зависимости для случая линейного диэлектрического слоя с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_1 = 2,04$ ($\alpha = 0$ – параметр нелинейности).

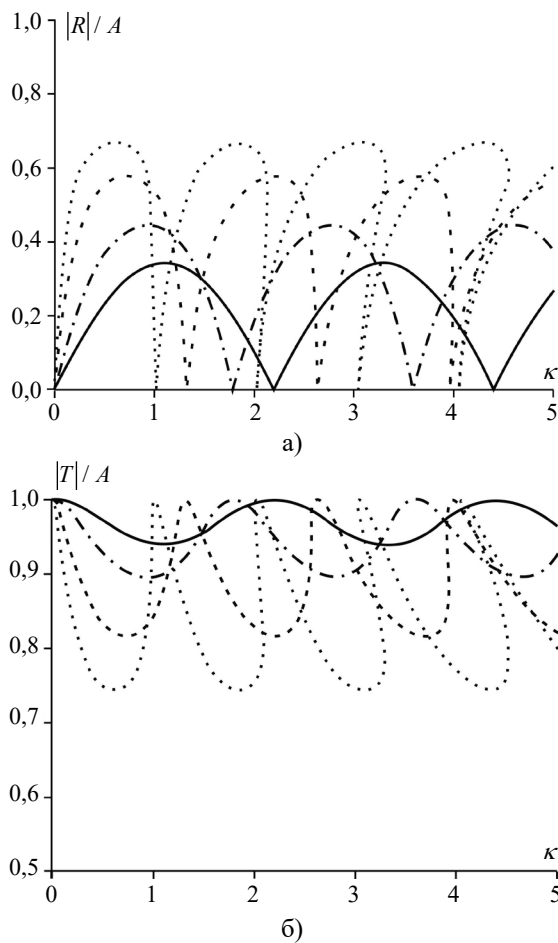


Рис. 4. Графики зависимостей модулей коэффициентов отражения (а) и прохождения (б) от частотного параметра: — $\alpha = 0$; - - - $\sqrt{\alpha}A = 1,0$; - · - · $\sqrt{\alpha}A = 2,0$; ···· $\sqrt{\alpha}A = 3,0$

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что существуют диапазоны изменения частотного параметра, в которых зависимости модулей коэффициентов отражения и прохождения имеют гистерезисный характер. На нижней границе этих частотных диапазонов

коэффициент отражения обращается в ноль. Как следует из графиков на рис. 4, в этих частотных диапазонах при одной и той же частоте существуют, по крайней мере, три значения коэффициента отражения (прохождения). Это свидетельствует о неустойчивости процесса взаимодействия электромагнитной волны со слоем нелинейного диэлектрика в таких частотных диапазонах.

Выводы. Таким образом, предложен эффективный численный алгоритм построения решения задачи дифракции плоской линейно поляризованной электромагнитной волны на слое нелинейного диэлектрика.

Для случая нелинейной зависимости диэлектрической проницаемости от электрического поля по закону Керра установлено, что существуют диапазоны изменения амплитуды и частоты возбуждающей электромагнитной волны, в которых зависимости модулей коэффициентов отражения и прохождения имеют гистерезисный характер.

Показано, что подбором величины амплитуды возбуждающей электромагнитной волны можно осуществить безотражательное туннелирование электромагнитной волны через слой нелинейного диэлектрика.

Библиографический список

1. Boardman A. D., Egan P., Lederer F., Langbein U. and Mihalache D. Third-order nonlinear electromagnetic TE and TM guided waves. *Nonlinear Surface Electromagnetic Phenomena*. H. E. Ponath, G. I. Stegeman, Eds. Amsterdam: Elsevier Science Publ., 1991. Ch. 2. P. 73–288.
2. Shurman H. W., Serov V. S., Shestopalov Yu. V. Reflection and transmission of a plan TE-wave at a lossless nonlinear dielectric film. *Physika D*. 2001. T. 158, Iss. 1–4. P. 197–215.
3. Ахмедиев И. М., Анкевич А. Солитоны. Нелинейные импедансы и пучки. Москва: Физматлит, 2003. 304 с.
4. Воловик Д. В., Смирнов Ю. Г. Распространение электромагнитных волн в нелинейных слоистых средах. Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун.-та, 2010. 265 с.
5. Ангерман Л., Яцик В. В. Влияние слабых полей кратных частот на процесс резонансного рассеяния и генерации колебаний нелинейными слоистыми структурами. *Физические основы приборостроения*. 2013. Т. 2, № 1. С. 48–71.
6. Давидович М. В., Алексутова С. В., Шилин И. В., Борисов В. С. Дифракция плоской электромагнитной волны на нелинейном диэлектрическом слое. *Изв. Саратовского ун-та. Сер. Физика*. 2007. Т. 7, вып. 1. С. 32–40.
7. Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. Москва: Наука, 1975. 400 с.

REFERENCES

1. Boardman, A. D., Egan, P., Lederer, F., Langbein, U. and Mihalache, D., 1991. Third-order nonlinear electromagnetic TE and TM guided waves. In: H. E. Ponath, G. I. Stegeman, eds. 1991. *Nonlinear Surface Electromagnetic Phenomena* Amsterdam: Elsevier Science Publ. Ch. 2.
2. Shurman, H. W., Serov, V. S., Shestopalov, Yu. V., 2001. Reflection and transmission of a plan TE-wave at a lossless nonlinear dielectric film. *Physika D*, **158**(1–4), pp. 197–215.

3. Akhmediev, I. M., Ankevich, A., 2003. *Solitons. Nonlinear impedances and sheaves*. Moscow: Fizmatlit Publ. (in Russian).
4. Volovik, D. V., Smirnov, Yu. G., 2010. *Propagation of Electromagnetic Waves in Nonlinear Layer Medias*. Penza: Penza State Univ. Publ. (in Russian).
5. Angermann, L., Yatsyk, V. V., 2013. The Influence of Weak Fields at Multiple Frequencies on the Process of Resonance Scattering and Generation of Oscillations by Nonlinear Layered Structures. *Physical Bases of Instrumentation*, 2(1), pp. 48–71 (in Russian).
6. Davidovich, M. V., Alexsutova, S. V., Shilin, I. V., Borisov, V. S., 2007. Diffraction of a plane electromagnetic wave on a nonlinear dielectric layer. *Izvestiya of Saratov Univ. Ser. Physics*, 7(1), pp. 32–40 (in Russian).
7. Bass, F. G., Gurevich, Yu. G., 1975. *Hot electrons and strong electromagnetic waves in the plasma of semiconductors and gas discharge*. Moscow: Science Publ. (in Russian).

Рукопись поступила 18.07.2017.

A. V. Brovenko, P. N. Melezhhik,
A. Ye. Poyedinchuk, O. S. Troshchylo

NUMERICAL ALGORITHMS FOR SOLVING THE PROBLEM OF ELECTROMAGNETIC WAVES DIFFRACTION ON A SLAB LAYER WITH KERR-LIKE NONLINEARITY

Development and design of the frequency multipliers and other devices based on nonlinear dielectrics require a study of their electrodynamic properties. For this purpose, the problems of the electromagnetic wave diffraction on various structures containing nonlinear dielectrics have to be solved. In this paper we consider the problem of diffraction of a plane linearly polarized electromagnetic wave on a nonlinear dielectric layer, whose nonlinearity is described by the Kerr law. An effective algorithm for this problem solving is implemented on the basis of construction of the special solutions of the Cauchy problem for the nonlinear Riccati equation. The numerical results for the considered nonlinear structure are presented. The ranges of amplitude and frequency of incident electromagnetic wave in which hysteresis appears in the reflection and transmission coefficients dependencies are determined. It is shown that selecting certain magnitudes of the incident wave amplitude enables wave reflectionless tunneling through a nonlinear dielectric. The results of the numerical experiment obtained in the work, besides their use for the development and de-

sign of electrodynamic devices containing nonlinear dielectrics, can also be used as "reference" ones in the study of diffraction processes in nonlinear dielectric structures, where the nonlinearity is characterized by laws different from the Kerr law, as well as for nonlinear dielectric structures of more complex geometry.

Key words: diffraction, Kerr-like nonlinearity, reflection and transmission coefficients.

A. V. Brovenko, P. M. Мележик,
А. Ю. Поединчук, О. С. Трошило

ЧИСЕЛЬНИЙ АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ДИФРАКЦІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА ПЛОСКОМУ ШАРІ З КЕРРІВСЬКОЮ НЕЛІНІЙНІСТЮ

У зв'язку з проектуванням та створенням різноманітного типу помножувачів частоти, а також інших електродинамічних пристроїв, що містять нелінійні діелектрики, є необхідність у дослідженні їх електродинамічних властивостей. Для цього виникає необхідність у розв'язанні задач дифракції електромагнітних хвиль на нелінійних діелектричних структурах різноманітного типу. У цій роботі досліджено задачу дифракції плоскої лінійно поляризованої електромагнітної хвилі на нелінійному діелектричному шарі, нелінійність якого описується за законом Керра. На основі побудови спеціальних розв'язків задачі Коші для нелінійного рівняння Ріккати реалізовано ефективний алгоритм розв'язку цієї задачі. Наведено результати чисельного моделювання досліджуваної нелінійної структури. Визначено діапазони зміни амплітуди та частоти збуджуючої електромагнітної хвилі, де залежності коефіцієнтів відбиття та проходження мають гістерезисний характер. Показано, що добираючи величини амплітуди збуджуючої електромагнітної хвилі, можливо здійснити тунелювання без відбиття електромагнітної хвилі через шар нелінійного діелектрика. Одержані в роботі результати обчислювального експерименту, крім їх використання при моделюванні та конструюванні електродинамічних структур, що містять нелінійні діелектрики, можуть бути також застосовані у якості «еталонних» для дослідження дифракційних процесів у нелінійних діелектричних структурах, де нелінійність характеризується законами, що відмінні від закону Керра, а також нелінійних діелектричних структур більш складної геометрії.

Ключові слова: дифракція, керрівська нелінійність, коефіцієнти відбиття та проникнення.