

**Ю. А. Педенко***Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины  
12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 61085, Украина  
E-mail: pedenko@ire.kharkov.ua*

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА *MATRIX PENCIL* ДЛЯ РАДИОЛОКАЦИОННОГО ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВ МЕСТА МАЛОВЫСОТНЫХ ЦЕЛЕЙ НАД ВЗВОЛНОВАННЫМ МОРЕМ

Статья посвящена проблеме повышения точности радиолокационного измерения углов места маловысотных целей над морем. Как одно из средств решения проблемы, в ней исследуется метод *Matrix Pencil*, который относится к методам высокого спектрального разрешения. В ряде работ рассматривается возможность его использования и для измерения углов прихода радиоволн. Однако степень его пригодности для решения поставленной проблемы требует изучения с учетом специфики условий, при которых осуществляется измерение углов места маловысотных целей. Исследование проводилось путем компьютерного моделирования. Оно охватило степени волнения моря, при которых выполнялись условия как зеркального, так и сильного диффузного отражения. Одной из основных задач данной работы было определение предельных точностей измерения, достигаемых с помощью метода, в условиях, когда в качестве помехи учитывается диффузное отражение от моря (зеркальный сигнал, наряду с прямым сигналом от цели, выступает в качестве измеряемого сигнала). Выявлено, что по этому показателю метод *Matrix Pencil* не только не уступает методу *MUSIC*, но и превосходит его, особенно при сильном диффузном отражении, где улучшение достигает 20 %. Другой важной задачей являлось исследование влияния на ошибки измерений априорных параметров метода: количества измеряемых сигналов, значения так называемого *pencil*-параметра и количества пространственных выборок сигнала на заданной апертуре антенны. Разработаны рекомендации по выбору этих параметров, позволяющие минимизировать ошибки измерения углов места. Выполненное исследование расширяет представления о путях повышения точности измерений углов места маловысотных целей над взволнованным морем. Ил. 5. Табл. 1. Библиогр.: 9 назв.

**Ключевые слова:** *Matrix Pencil*, маловысотная цель, угол места, точность измерений, диффузное отражение, зеркальное отражение, компьютерное моделирование.

На протяжении последних десятилетий ведутся активные поиски путей повышения точности сопровождения маловысотных целей. Проблема связана с тем, что измерение координат таких целей осуществляется в условиях помех многолучевого распространения, создаваемых отражениями радиоволн от поверхности моря или суши [1]. Наиболее остро стоит проблема, связанная с сопровождением целей по углу места. Достаточно полно она рассмотрена в работе [2]. В этой же работе приведен обзор известных методов повышения точности измерений. Особенностью этих методов является реализация с использованием однозеркальных антенн, что ограничивает число приемных каналов, а соответственно, и возможности повышения точности измерений.

В настоящее время в радиолокационных станциях все шире применяются многоэлементные решетки. Возможность обработки сигналов, принятых в отдельности каждым из элементов решетки, позволяет расширить

круг методов измерения углов места. Значительное внимание в этом аспекте уделяется разработанным в последнее время методам спектрального анализа с высоким разрешением. Возможность использования этих методов для измерения угловых координат рассматривается в ряде работ, например [3, 4]. В числе методов, заслуживающих внимания, рассматриваются методы *MUSIC*, *Matrix Pencil* и др. Исследование метода *MUSIC* в задаче измерения углов маловысотных целей выполнено нами ранее [5–7]. Оно показало возможность значительного повышения точности измерений по сравнению с традиционными методами измерений не только в условиях зеркального, но и диффузного отражения.

Метод *Matrix Pencil*, как средство решения той же задачи, выбран для исследований в данной работе. Его привлекательной особенностью является относительная простота реализующего его вычислительного алгоритма. Другим достоинством, отмеченным в [8], является пониженная чувствительность к

помехам, создаваемым тепловыми шумами. Если первое из них общеизвестно, то второе требует тщательного изучения и сравнения с результатами исследований других методов, например, с полученными в работе [5] методом *MUSIC*.

Главной задачей, решаемой в данной работе, является определение степени пригодности метода *Matrix Pencil* для измерения углов места маловысотных целей в условиях помех, создаваемых многолучевыми сигналами. Не менее важной задачей является поиск априорных параметров метода, при которых реализуется наименьшая погрешность измерений.

**1. Методика исследований.** Исследования проводились путем компьютерного моделирования с использованием модели поля [9], разработанной на основе теории «блестящей

поверхности» [1, 2]. Геометрия трассы, соответствующая задаче исследования, представлена на рис. 1:  $A$  – центр антенной решетки;  $T$  – точечный всенаправленный источник излучения (имитатор цели);  $S$  – точка зеркального отражения от поверхности моря;  $D_n$ ,  $D_f$  – соответственно ближняя и дальняя границы «блестящей поверхности»;  $\varepsilon$  – угловая высота цели над поверхностью моря;  $\varepsilon_{norm}$  – угол места цели относительно нормали к решетке;  $AN$  – нормаль к плоскости антенной решетки;  $AU$  – верхняя граница для маловысотных целей;  $\Theta_{0,5}$  – ширина по уровню половинной мощности суммарной диаграммы направленности моноимпульсной антенны, имеющей раскрыв, равный размеру используемой решетки.

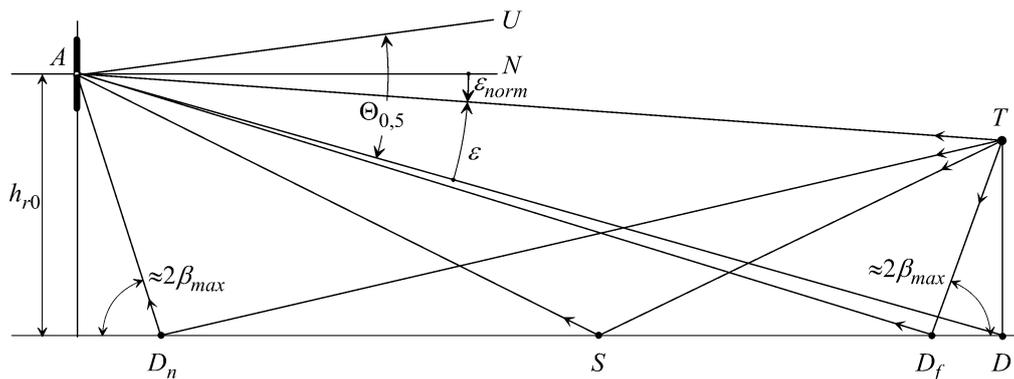


Рис. 1. Геометрия трассы

Для исследований использовались те же характеристики трассы, вертикальный размер приемной антенной решетки и рабочая длина волны, что и в работе [5]: длина трассы – 2 000 м; эквивалентный радиус кривизны земной поверхности – 8 500 км; высота центра приемной антенной решетки над поверхностью моря – 12 м; максимальный наклон неровностей поверхности моря –  $\beta_{max} = 0,05$  рад (использовалось равномерное распределение наклонов); длина радиоволны –  $\lambda = 3,2$  см; количество элементов антенной решетки  $N = 156$ ; расстояние между элементами –  $\lambda/2$ ; вертикальный размер антенной решетки – 2,5 м;  $\Theta_{0,5} = 1^\circ$ ; угловая высота цели над поверхностью –  $\varepsilon = 0,3 \Theta_{0,5}$ .

Исследования были проведены при значениях коэффициентов диффузного отражения и соответствующих им коэффициентах зеркального отражения (в скобках):  $\rho_d(\rho_s) = 0,1(0,93)$  и  $0,36(0,5)$ . Это позволило охватить условия как преимущественно зеркального отражения, так и сильного диффузного отражения.

Использование одинаковых исходных условий дает возможность достоверно сравнивать эффективность метода *Matrix Pencil* с эффективностью метода *MUSIC*, рассмотренной в [5].

Исследование проводилось в три этапа. На первом этапе для выбранной геометрии трассы и параметров морской поверхности выполнялось вычисление достаточного большого количества  $R$  независимых реализаций

поля сигналов  $\dot{A}_n$  ( $n=1, 2, \dots, N$ ) в раскрытой антенной решетке. Реализации поля рассчитывались для заданного ряда разностей фаз между прямым и зеркально отраженным сигналом в центре приемной решетки  $\Delta\varphi_0 = 0, 0, 20, 40, \dots, 340^\circ$ . Для каждого значения  $\Delta\varphi_0$  рассчитывалось по 1 000 реализаций поля сигналов, поэтому общее количество реализаций  $R = 18\,000$ . Использование этих реализаций позволило получить исследуемые характеристики как для каждого из значений  $\Delta\varphi_0$ , так и усредненные на интервале  $0 \dots 360^\circ$ .

Чтобы получить заданное количество пространственных выборок  $K$ , основная решетка, состоящая из 156 элементов, разбивалась на  $K$  смежных подрешеток. На базе каждой из подрешеток синтезировалась приемная антенна и рассчитывался принимаемый ею сигнал  $\dot{U}_k$ , где  $k=1, 2, \dots, K$  (процедура синтеза изложена в [5]). Таким образом, получалась совокупность пространственных выборок принимаемого сигнала, именуемая кадром.

На втором этапе выполнялась оценка угла места цели для каждого из  $R$  кадров в соответствии с алгоритмом, описанным ниже в разд. 2.

Расчеты проводились при различных сочетаниях априорных параметров, в качестве которых выступали: количество пространственных выборок принимаемых сигналов  $K$  (размер кадра), количество сигналов  $M$  и значение *pencil*-параметра  $L$  (см. разд. 2). Использовался широкий диапазон их значений:  $K = 9, 12, 17$  и  $26$ ;  $M = 2, 3 \dots 8$ ;  $L = M \dots K/2$ .

Определяющим из перечисленных параметров является количество сигналов  $M$ . На первый взгляд представляется обоснованным ограничиться значением  $M = 2$ . Выбор такого значения следует из гипотезы о зеркальном отражении от поверхности моря, учитывающей два детерминированных сигнала – прямой от цели и зеркально отраженный от поверхности раздела. Однако в наших работах, например [5], связанных с изучением метода *MUSIC* в условиях диффузного отражения, показано, что наиболее точные измерения углов места осуществляются при размерности подпространства сигналов (пара-

метр, аналогичный  $M$ ), значительно превышающей  $M = 2$ . Это послужило основанием использовать для исследований широкий диапазон значений  $M$  и в данной работе.

Значение параметра  $M$  накладывает ограничение на использование значений параметров  $L$  и  $K$ . Необходимым является выполнение условия:

$$K > L \geq M. \quad (1)$$

При этом следует обеспечить достаточное превышение количества выборок сигнала над значением *pencil*-параметра  $L$ , так как это повышает качество оценки угла места. Стоит отметить, что к настоящему времени в известных публикациях отсутствуют рекомендации по выбору указанных параметров в задаче измерения углов места целей над взволнованным морем или неровной сушей.

На третьем этапе выполнялась статистическая обработка полученных результатов и оценка эффективности использования того или иного сочетания априорных параметров метода *Matrix Pencil* в различных условиях. Для количественной оценки эффективности использовались среднеквадратические ошибки (СКО) измерения угла места, полученные путем усреднения на интервале разностей фаз между прямым и зеркальным сигналами  $0 \dots 360^\circ$ .

**2. Алгоритм обработки сигналов антенной решетки с использованием метода *Matrix Pencil*.** Оценка угла места цели осуществлялась на основе алгоритма, описанного в работе [8]. При этом выполнялась следующая последовательность действий.

2.1. Из входных сигналов  $\dot{U}_k$ , где  $k=1, 2, \dots, K$ , формируем  $(K-L) \times (L+1)$  матрицу Ганкеля

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 & \dot{U}_2 & \dots & \dot{U}_{L+1} \\ \dot{U}_2 & \dot{U}_3 & \dots & \dot{U}_{L+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{U}_{K-L} & \dot{U}_{K-L+1} & \dots & \dot{U}_K \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $L$  – *pencil*-параметр. Этот параметр определяет размер матрицы  $\mathbf{Y}$ . Если входные сигналы принимаются на фоне помех, то правильный выбор его значения позволяет минимизировать погрешность измерений. Когда помехи представляют собой некоррелированный белый шум, наименьшие ошиб-

ки измерений, согласно [8], получаются при  $L = K/3 \dots K/2$ . Однако для случая помех, обусловленных многолучевым распространением, рекомендации по выбору величины *pencil*-параметра отсутствуют, разработка этих рекомендаций является одной из задач данной работы.

2.2. Прежде чем использовать матрицу  $\mathbf{Y}$  для дальнейших расчетов, ее следует «очистить» от шумов. Для этого матрицу  $\mathbf{Y}$  раскладываем по сингулярным числам:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H, \quad (3)$$

где  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$  – унитарные матрицы размером  $(K-L) \times (K-L)$  и  $(L+1) \times (L+1)$  соответственно. Первая из этих матриц образована из собственных векторов произведения  $\mathbf{Y}^H\mathbf{Y}$ , а вторая –  $\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H$ ; надстрочный индекс « $H$ » означает операцию эрмитова сопряжения;  $\mathbf{S}$  – диагональная матрица, образованная из собственных значений матрицы  $\mathbf{Y}$ . Собственные значения  $s_1, s_2, \dots, s_L$  имеют положительный знак и расположены в порядке убывания.

Далее либо задаем значение параметра  $M$ , который является оценкой количества сигналов, либо вычисляем его.

В случае вычисления параметра  $M$  используем априорное значение порога  $p < 1$ , связанного с предполагаемым уровнем помех. Параметр  $M$  в данном случае принимаем равным количеству диагональных членов, отношение которых к максимальному члену  $s_1$  превышает упомянутый порог  $p$ .

После определения  $M$  преобразуем матрицу  $\mathbf{S}$  так, что первые  $M$  чисел (вдоль диагонали) в ней остаются без изменения, а остальные – приравниваются нулю. Полученную таким образом матрицу  $\mathbf{S}_0$  используем для вычисления «очищенной» от шумов матрицы  $\mathbf{Y}_0$ :

$$\mathbf{Y}_0 = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dots & \dot{x}_{L+1} \\ \dot{x}_2 & \dot{x}_3 & \dots & \dot{x}_{L+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{x}_{K-L} & \dot{x}_{K-L+1} & \dots & \dot{x}_K \end{pmatrix} = \mathbf{U}\mathbf{S}_0\mathbf{V}^H. \quad (4)$$

2.3. Далее формируем матрицы  $\mathbf{Y}_1$  и  $\mathbf{Y}_2$  размером  $(K-L) \times (L+1)$ :

$$\mathbf{Y}_1 = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \dots & \dot{x}_L \\ \dot{x}_2 & \dot{x}_3 & \dots & \dot{x}_{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{x}_{K-L} & \dot{x}_{K-L+1} & \dots & \dot{x}_{K-1} \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$$\mathbf{Y}_2 = \begin{pmatrix} \dot{x}_2 & \dot{x}_3 & \dots & \dot{x}_{L+1} \\ \dot{x}_3 & \dot{x}_4 & \dots & \dot{x}_{L+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dot{x}_{K-L+1} & \dot{x}_{K-L+2} & \dots & \dot{x}_K \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Эти матрицы получаем из матрицы  $\mathbf{Y}_0$  путем удаления из нее последнего либо первого столбца соответственно.

2.4. Вычисляем произведение

$$\mathbf{Y}_1^+ \mathbf{Y}_2, \quad (7)$$

где надстрочный индекс « $+$ » означает операцию псевдоинвертирования Мура–Пенроуза. Разлагая (7) по сингулярным числам, получаем столбец, состоящий из  $L$  комплексных чисел. Аргументы первых  $M$  чисел  $\dot{z}_m$  содержат оценки разности фаз на соседних элементах антенной решетки каждого из  $M$  сигналов:

$$\psi_m = \arg \dot{z}_m, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (8)$$

2.5. Вычисляем оценки углов прихода каждого из сигналов относительно нормали к решетке:

$$\varepsilon_{norm m} = \arcsin \frac{\Delta \psi_m \lambda}{2\pi d}, \quad (9)$$

где  $d$  – расстояние между соседними элементами антенной решетки.

2.6. Для выбора решения, соответствующего цели, выполняем процедуру, описанную в [7]:

- отбрасываем решения, которые находятся вне диапазона угловых высот  $\varepsilon = 0 \dots \Theta_{0,5}$  (т. е. вне  $\angle UAD$  на рис. 1);

- из оставшихся решений выбираем то, которому соответствует максимальная оценка мощности;

- если в диапазоне угловых высот  $\varepsilon = 0 \dots \Theta_{0,5}$  отсутствуют решения, то углу места цели присваиваем значение  $\varepsilon = 0,5\Theta_{0,5}$ .

Мощности сигналов можно оценить путем решения системы уравнений:

$$\mathbf{U} = \mathbf{R}\mathbf{P}, \quad (10)$$

где  $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_K \end{pmatrix}$  –  $(K \times 1)$ -матрица, составлен-

ная из пространственных выборок;

$$\mathbf{\Psi} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \exp j\psi_1 & \dots & \exp j\psi_M \\ \exp j2\psi_1 & \dots & \exp j2\psi_M \\ \dots & \ddots & \dots \\ \exp j(K-1)\psi_1 & \dots & \exp j(K-1)\psi_M \end{pmatrix}$$

$(K \times M)$ -матрица, составленная из  $M$  комплексных синусоидальных векторов, содержащих отсчеты с пространственным периодом  $d$  вдоль раскрыва антенной решетки;

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \dot{R}_1 \\ \dot{R}_2 \\ \vdots \\ \dot{R}_M \end{pmatrix}$$

–  $(M \times 1)$ -матрица, содержащая

оценки амплитуд сигналов.

В результате получаем:

$$\mathbf{R} = \mathbf{\Psi}^{-1}\mathbf{U}. \quad (11)$$

Модули амплитуд, рассчитанных с помощью (11), позволяют оценить мощности сигналов.

**2. Результаты исследований** представлены на рис. 2 (условия сильного диффузного отражения:  $\rho_s = 0,5$ ;  $\rho_d = 0,35$ ) и рис. 3 (условия сильного зеркального отражения:  $\rho_s = 0,93$ ;  $\rho_d = 0,10$ ). На них в виде точек, соединенных отрезками прямых, представлены зависимости СКО измерения угла места от *pencil*-параметра  $L$ . Каждая точка соответствует одному из сочетаний параметров  $K$ ,  $M$  и  $L$ . Важно отметить, что каждая из точек на рис. 2 рассчитана по одним и тем же  $R$  кадрам, рассчитанным для условий сильного диффузного отражения, а на рис. 3 – для условий сильного зеркального отражения. Каждая линия построена при соответствующем параметре  $M$ , его значение для конкретной кривой соответствует значению  $L$  в ее начальной точке. Каждая из четырех групп зависимостей получена при соответствующем значении количества пространственных выборок  $K$  от 9 до 26, представляющих собой ряд, близкий к геометрической прогрессии с множителем 1,5.

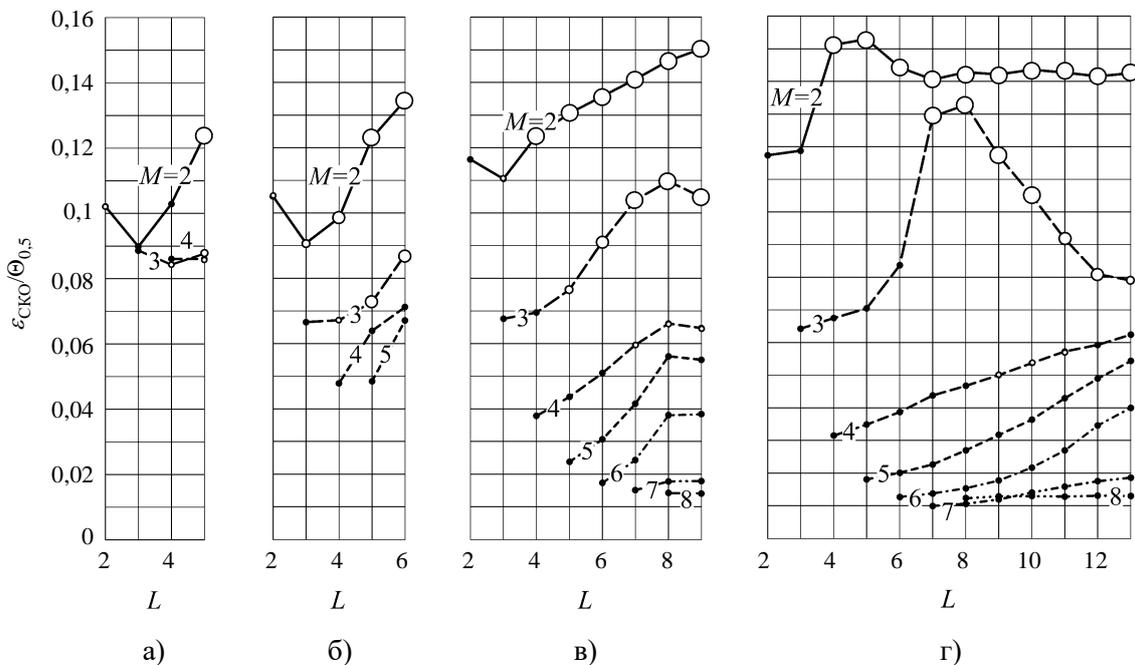


Рис. 2. Графики зависимостей СКО измерения угла места от *pencil*-параметра при высоком уровне диффузного отражения от поверхности моря: а)  $K = 9$ ; б)  $K = 12$ ; в)  $K = 17$ ; г)  $K = 26$

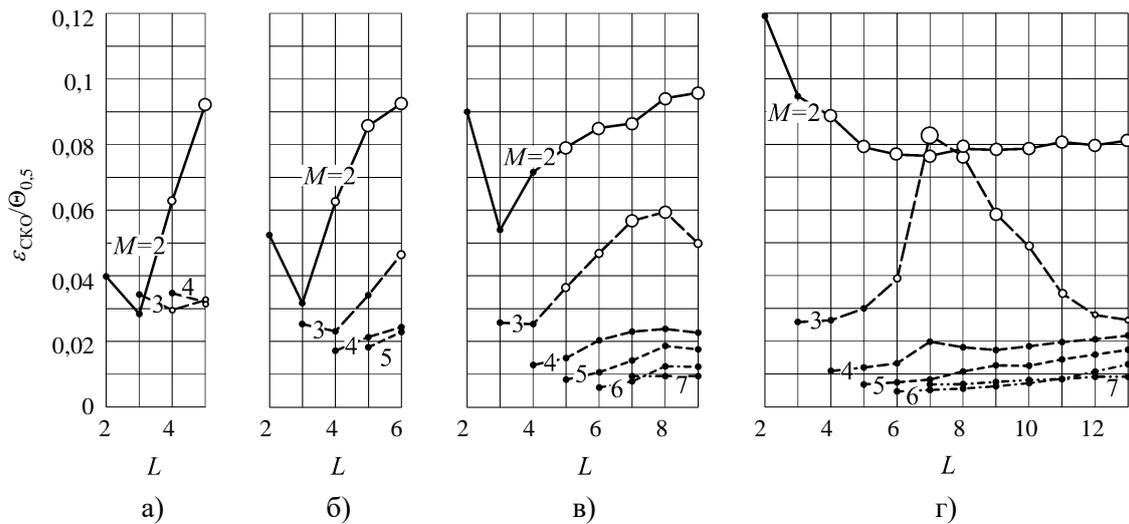


Рис. 3. Графики зависимостей СКО измерения угла места от *pencil*-параметра при высоком уровне зеркального отражения от поверхности моря: а)  $K = 9$ ; б)  $K = 12$ ; в)  $K = 17$ ; г)  $K = 26$

Следует отметить, что при некоторых сочетаниях априорных параметров в той или иной степени наблюдалось отсутствие части решений в пределах диапазона угловых высот  $\varepsilon = 0 \dots \Theta_{0,5}$  (т. е. внутри угла  $\angle UAD$  на рис. 1). Эти случаи отмечены на рис. 2 и 3 светлыми кружками. По размеру кружков можно судить о вероятности  $P$  таких случаев. Так, самым маленьким соответствует  $P = 0 \dots 1\%$ , далее в порядке возрастания размеров –  $P = 1 \dots 5\%$ ,  $5 \dots 15\%$  и  $15 \dots 35\%$ . Темными кружками отмечены случаи, когда в указанном диапазоне углов отсутствие решений не имело места. Видно, что высокая вероятность отсутствия решений наблюдается при  $M = 2$  и  $M = 3$ . При  $M \geq 4$  такая ситуация практически отсутствует.

Можно отметить, что основные отличия результатов, полученных при разных типах отражения радиоволн от поверхности раздела, носят количественный характер. Так, сравнение данных, представленных на обоих рисунках, показывает, что ошибки при сильном зеркальном отражении значительно, до нескольких раз, меньше ошибок, полученных при диффузном отражении. Это легко заметить, сопоставляя данные, полученные при одинаковых сочетаниях значений априорных параметров. Другое отличие состоит в том, что при сильном зеркальном отражении вероятность отсутствия решений значительно меньше, чем при диффузном.

Однако можно отметить ряд общих особенностей, которые проявляются при разных типах отражения. Рассмотрим их подробнее.

С увеличением априорного значения количества сигналов  $M$  ошибки измерения уменьшаются. Следует сказать, что при малых значениях  $M$ , особенно при  $M = 2$ , ошибки настолько велики, что использование такого параметра на практике не представляется возможным. Основными источниками ошибок в этом случае являются большая вероятность отсутствия решений и высокая зависимость ошибок при малых  $M$  от разности фаз прямого и зеркального сигналов  $\Delta\varphi_0$  в центре решетки. Эти зависимости для нескольких сочетаний априорных параметров  $M$  и  $L$  представлены на рис. 4 и 5, они получены при  $K = 26$ . Видно, что средние ошибки  $\overline{\Delta\varepsilon}$  особенно велики в максимумах поля ( $\Delta\varphi_0 = 0^\circ$ ), при этом оценки углов места смещены в сторону поверхности раздела, особенно это проявляется при сильном диффузном отражении. С увеличением параметров  $M$  и  $L$  смещение существенно уменьшается, и при  $M = L = 6$  зависимость  $\overline{\Delta\varepsilon}$  от  $\Delta\varphi_0$  становится слабой как для случая сильного диффузного, так и зеркального отражения.

Что касается среднеквадратичных отклонений ошибок  $\sigma_\varepsilon$ , то здесь также видим их уменьшение с увеличением  $M$  и  $L$ . Что касается их зависимости от  $\Delta\varphi_0$ , то при зеркаль-

ном отражении она практически не наблюдается, а при сильном диффузном заметно небольшое увеличение  $\overline{\Delta\varepsilon}$  вблизи максимума поля при малых  $M$  и  $L$ .

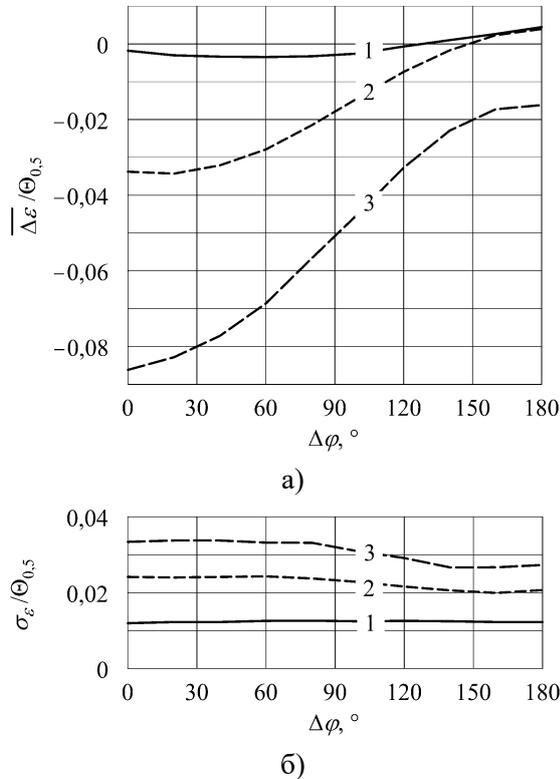


Рис. 4. Графики зависимостей средних ошибок (а) и среднеквадратических отклонений ошибок (б) измерения угла места от разности фаз  $\Delta\varphi_0$  (случай сильного диффузного отражения): кривая 1 –  $M=L=6$ ; кривая 2 –  $M=L=4$ ; кривая 3 –  $M=L=3$

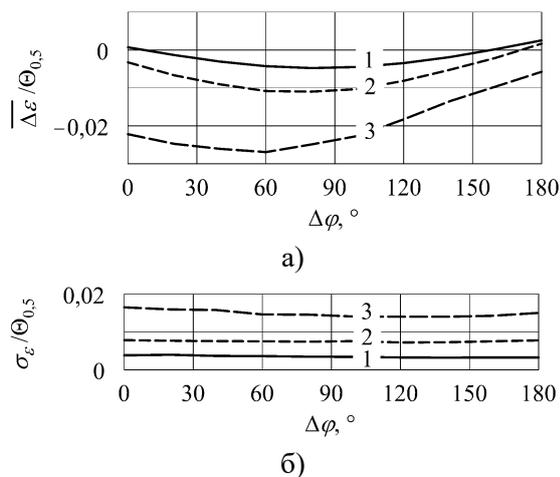


Рис. 5. Графики зависимостей средних ошибок (а) и среднеквадратических отклонений ошибок (б) измерения угла места от разности фаз  $\Delta\varphi_0$  (случай сильного зеркального отражения): кривая 1 –  $M=L=6$ ; кривая 2 –  $M=L=4$ ; кривая 3 –  $M=L=3$

Таким образом, значительное уменьшение ошибок измерения можно реализовать при достаточно большом значении параметра  $M$ . Минимальные ошибки для случая сильного диффузного отражения можно получить при  $M=6\dots 8$  (рис. 2, в, г), а для зеркального – при  $M=5\dots 7$  (рис. 3, в, г). Увеличение  $M$  выше указанных значений приводит к ухудшению точности. Это видно из сравнения, например, графиков, относящихся к  $M=7$  и  $M=8$  (рис. 2, г).

Реализовать указанные значения параметра  $M$  можно, используя лишь достаточное большое количество пространственных выборок сигнала  $K$ . При этом требуется выполнение условия:  $K \approx (3\dots 4)M$ .

Рассматривая на рис. 2 и 3 зависимость величины ошибок измерения от *pencil*-параметра  $L$ , видим, что ошибки принимают минимальные значения при  $L=M$ . С ростом  $L$  наблюдается увеличение ошибок измерения. Напомним, что этот вывод получен в условиях помех, создаваемых исключительно многолучевым распространением радиоволн.

Одной из основных задач данного исследования было выяснение предельно достижимых точностей измерения угла места мало-высотных целей, получаемых с использованием метода *Matrix Pencil*, а соответственно, и целесообразности его использования при работе по таким целям.

Выводы можно сделать на основе анализа таблицы, в которой приведены наименьшие СКО, полученные в настоящем исследовании, и те же ошибки, полученные ранее в работе [5] с использованием метода *MISUC*. Ошибки приведены в нормированном виде –  $\varepsilon_{\text{СКО}}/\Theta_{0,5}$ . Важно отметить, что для обоих методов использовались одни и те же реализации пространственных выборок принимаемых сигналов, что повышает качество сравнения.

#### Минимальные СКО измерения угла места

Характер отражения	$K$	Метод измерения	
		<i>Matrix Pencil</i>	<i>MUSIC</i>
диффузный	17	0,0142	0,0162
зеркальный		0,0060	0,0063
диффузный	26	0,0099	0,0118
зеркальный		0,0047	0,0055

Из данных таблицы следует, что метод *Matrix Pencil* не только не уступает методу

*MUSIC* по точности измерений, но и в небольшой степени превосходит его: при большом диффузном отражении его ошибки на 14...19 % меньше. Это дает основание для дальнейших исследований данного метода, при этом важно испытать его не только в условиях помех, создаваемых многолучевым распространением, но и при дополнительном воздействии помех другого рода, например тепловых шумов.

**Выводы.** Таким образом, в работе выполнено компьютерное моделирование радиолокационного измерения углов места мало-высотных целей над морем с использованием метода *Matrix Pencil* при учете помех, создаваемых многолучевыми сигналами.

Изучено влияние априорных параметров метода, таких как количество сигналов и *pencil*-параметр, на точность измерений. Исследование выполнялось как при сильном, так и при слабом диффузном отражении (т. е. преимущественно зеркальном типе отражения).

Доказано, что метод *Matrix Pencil* вполне пригоден для измерения углов места мало-высотных целей, не уступая по точности измерений методу *MUSIC*, который в свою очередь превосходит традиционные методы измерений.

Установлено, что с целью минимизации ошибок измерения следует использовать априорное количество сигналов  $M = 5...7$  для случая преимущественно зеркального отражения и  $M = 6...8$  для случая сильного диффузного отражения.

Количество пространственных выборок принимаемых сигналов должно отвечать требованию  $K \approx (3...4)M$ .

#### Библиографический список

1. Beckman P., Spizzichino A. *The scattering of electromagnetic wave from rough surface*. London: Pergamon press, 1963. 303 p.
2. Barton D. K. Low-Angle Tracking. *Proceedings of the IEEE*. 1974. Vol. 62, N 6. P. 687–704.
3. Зотов С. А., Макаров Е. С., Нечаев Ю. Б. Методы сверхразрешения в задачах радиопеленгации. *Информационные процессы и технологии в обществе и экономике*. 2006. № 3. С. 12–26.
4. Дрогалин В. В., Меркулов В. И., Родзивилов В. А., Федоров И. Б., Чернов М. В. Алгоритмы оценивания угловых координат источников излучений, основанные на методах спектрального анализа. *Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники*. 1998. № 2. С. 3–17.

5. Педенко Ю. А. Выбор параметров метода *root-MUSIC* при радиолокационном измерении углов места целей вблизи поверхности моря. *Радиофизика и электроника*. 2013. Т. 4(18), № 1. С. 53–58.
6. Педенко Ю. А. Радиолокационное измерение углов места мало-высотных целей над морем методом *root-MUSIC* в условиях помех от сигналов многолучевого распространения и тепловых шумов пеленгатора. *Радиофизика и электроника*. 2016. Т. 7(21), № 1. С. 22–33.
7. Педенко Ю. А. Измерение углов места целей над морем с использованием метода *root-MUSIC*. Выбор решения. *Радиофизика и электроника*. 2014. Т. 5(19), № 4. С. 33–41.
8. Sarkar T. K., Pereira O. Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponential. *IEEE Antennas Propag. Mag.* 1995. Vol. 37, N 1. P. 48–55.
9. Разказовский В. Б., Педенко Ю. А. Модель поля миллиметровых и сантиметровых волн над морем для исследования методов измерения углов места низколетающих целей. *Радиофизика и электроника: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины*. Харьков, 2003. Т. 8, № 1. С. 22–33.

#### REFERENCES

1. Beckman P., Spizzichino A., 1963. *The scattering of electromagnetic wave from rough surface*. London: Pergamon press.
2. Barton D. K., 1974. Low-Angle Tracking. *Proceedings of the IEEE*, **62**(1), pp. 687–704.
3. Zotov, S. A., Makarov, E. S., Nechaev, Y. B., 2006. Super resolution methods in problems of radio direction finding. *Information processes and technologies in society and economy*, 3, pp. 12–26 (in Russian).
4. Drogalin, V. V., Merkulov, V. I., Rodzivilov, V. A., Fedorov, I. B., Chernov, M. V., 1998. Algorithms for estimating the angular coordinates of radiation sources, based on spectral analysis methods. *Zarubezhnaya radioelektronika. Uspekhi sovremennoi radioelektroniki*, 2, pp. 3–17 (in Russian).
5. Pedenko, Yu. A., 2013. The choice of root-MUSIC parameters for radar measurements of target elevation angles near sea surface. *Radiofizika i elektronika*, **4**(18)(1), pp. 53–58 (in Russian).
6. Pedenko, Yu. A., 2016. Radar elevation angles measurements of low-altitude targets over the sea by root-MUSIC method under interference from multipath and thermal noise of direction finder. *Radiofizika i elektronika*, **7**(21)(1), pp. 22–30 (in Russian).
7. Pedenko, Yu. A., 2014. Measuring places angles over the sea using root-MUSIC method. Choice of solutions. *Radiofizika i elektronika*, **5**(19)(4), pp. 33–41 (in Russian).
8. Sarkar, T. K., Pereira, O., 1995. Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials. *IEEE Antennas Propag. Mag.*, **37**(1), pp. 48–55.
9. Razskazovskiy, V. B., Pedenko, Yu. A., 2003. A model for millimeter- and centimeter-waves field over a sea surface designs for investigation the methods for low-flying targets elevation angle measurement. In: V. M. Yako-

venko, ed. 2003. *Radiofizika i elektronika*. Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. 8(1), pp.22–33 (in Russian).

*Рукопись поступила 26.10.17 г.*

Yu. A. Pedenko

USING THE MATRIX PENCIL METHOD  
FOR RADAR MEASUREMENT  
OF AN ELEVATION ANGLE  
OF LOW-ALTITUDE TARGETS OVER  
AGITATED SEA

The paper focuses on the problem of increasing the accuracy of radar measurements of the elevation angle of the low-altitude targets over the sea. The *Matrix Pencil* method, as one of the means to resolve this problem, is studied in the paper. This method refers to the methods of high spectral resolution, but in a number of publications, the possibility of its use for measuring the angles of arrival of radio waves is also considered. However, the extent of its suitability for solving the problem needs to be studied taking into account the specific conditions under which the measurement of the elevation angles of low-altitude targets is performed. The research was carried out by computer simulation. It covered the sea states with the conditions of both specular and strong diffuse reflection satisfied. One of the main goals of this work was to determine ultimate measurement accuracy achieved by the method when only the diffuse reflection from the sea is considered as a disturbance (a specular signal along with a direct signal from the target are considered as a measured signal). It was established that by this indicator the *Matrix Pencil* method does not concede to the well-known *MUSIC* method, but even exceeds it, especially for strong diffuse reflection (improvement reaches 20%). Another important task was to investigate the influence of the a priori parameters of the method on the measurement errors: the number of measured signals, the values of the so-called *pencil*-parameter and the number of spatial samples of the signal at the given antenna aperture. As a result, recommendations on the selection of these parameters have been developed, which make it possible to minimize the errors in the measurement of the elevation angles. This research expands the understanding of ways to increase the accuracy of measuring the angles of low-altitude targets over an agitated sea.

**Key words:** *Matrix Pencil*, low-altitude target, elevation angle, measurement accuracy, diffuse reflection, specular reflection, computer simulation.

Ю. О. Педенко

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ *MATRIX PENCIL*  
ДЛЯ РАДІОЛОКАЦІЙНОГО ВИМІРЮВАННЯ  
КУТІВ МІСЦЯ МАЛОВИСОТНИХ ЦІЛЕЙ  
НАД ЗБУРЕНИМ МОРЕМ

Статтю присвячено проблемі підвищення точності радіолокаційного вимірювання кутів місця маловисотних цілей над морем. Як один із засобів її вирішення в ній досліджується метод *Matrix Pencil*. Цей метод відноситься до методів високого спектрального розрізнення, проте в ряді публікацій розглядається можливість його використання і для вимірювання кутів приходу радіохвиль. Однак ступінь його придатності для вирішення поставленої проблеми вимагає вивчення з урахуванням специфіки умов, при яких здійснюється вимірювання кутів місця маловисотних цілей. Дослідження проводилося шляхом комп'ютерного моделювання. Воно охопило хвилювання моря, при якому виконувалися умови як дзеркального, так і сильного дифузного відбиття. Одним з основних завдань цієї роботи було з'ясування граничних точностей вимірювання, що досягаються за допомогою методу в умовах, коли в якості завади враховується дифузне відбиття від моря (дзеркальний сигнал поряд з прямим сигналом від цілі виступає в якості вимірюваного сигналу). Виявилось, що за цим показником метод *Matrix Pencil* не тільки не поступається методу *MUSIC*, але і в деякій мірі перевершує його. Іншим важливим завданням було вивчення впливу на точність вимірювань апріорних параметрів методу: кількості вимірюваних сигналів, значення так званого *pencil*-параметра і кількості просторових виборок сигналу на заданій апертурі антени. У результаті розроблено рекомендації щодо вибору цих параметрів, що дозволяють мінімізувати похибки вимірювання кутів місця. Виконане дослідження розширює уявлення про шляхи підвищення точності вимірювань кутів місця маловисотних цілей над збуреним морем.

**Ключові слова:** *Matrix Pencil*, маловисотна ціль, кут місця, дифузне відбиття, точність вимірювання, дзеркальне відбиття, теплові шуми, комп'ютерне моделювання.