

**В.В. Овсяников, Д.М. Свиначенко, Е.Р. Безносова, Л.З. Цыпко**

Днепропетровский национальный университет имени О. Гончара

72, просп. Гагарина, Днепр, 49010, Украина

E-mail: [ovsyan37@i.ua](mailto:ovsyan37@i.ua)

## **Методы расчета линейных произвольно изогнутых антенн с комплексными и реактивными нагрузками**

***Предмет и цель работы.** Исследованы методы расчетов электрических характеристик проволочных произвольно изогнутых антенн микроволнового диапазона с целью расширения спектра их разномодовости и повышения точности результатов расчетов.*

***Методы и методология работы.** Предложены методы и методология исследований произвольно изогнутых проволочных штыревых и петлевых антенн с включенными в произвольных точках сосредоточенными произвольными нагрузками и узлами возбуждения. Приближенный расчет подобных антенн выполнен методом эквивалентной длинной линии, строгий расчет – методом интегрального уравнения относительно распределения комплексного тока на антенне.*

***Результаты работы.** Предложен алгоритм поэтапной разработки произвольно изогнутых проволочных штыревых и петлевых антенн с включенными в произвольных точках сосредоточенными нагрузками и узлами возбуждения. Для расчета подобных антенн разработана программная среда *Distribution*, в которой для получения устойчивого решения применен метод диагонализации матрицы коэффициентов уравнений. Приведены примеры расчетов прямой и обратной матриц систем уравнений, определения комплексного распределения тока и входного сопротивления исследуемых антенн.*

***Заключение.** С помощью разработанного метода вдвое расширен набор модификаций исследуемых антенн. Предложенный метод интегрального уравнения для расчета рассмотренных антенн опередил по времени другие разработки, методы и компьютерные программы. На основе исследований были разработаны новые конструкции, ряд из которых внедрен в производство и эксплуатацию. Ил. 8. Табл. 1. Библиогр.: 15 назв.*

***Ключевые слова:** произвольно изогнутая линейная антенна, сосредоточенная нагрузка, узел возбуждения, метод эквивалентной длинной линии, метод интегрального уравнения для тока на антенне, антенна из прямолинейных отрезков проводника, отрезок разбиения антенны.*

Совершенствование современных средств телекоммуникаций, радиолокации, радионавигации, радиоастрономии, ракетно-космических систем и других отраслей науки и техники предъявляет к антеннам, выполненным из проводников, диэлектриков, ферритов и других материалов, требования по миниатюризации, расширению частотного диапазона работы, получению необходимых диаграмм направленности (ДН) антенн и возможности управления ими. При этом возникают вопросы, требующие

решения. Какой тип, конструкцию, конфигурацию антенны и материал лучше применить при разработке данной антенны? Как выбрать оптимальные значение включаемой в антенну корректирующей нагрузки (КН) и координату ее включения? Каким должен быть характер включаемой в антенну этой нагрузки – емкостным, индуктивным, комплексным или активным? Как параметры включаемых в антенну КН зависят от исходных размеров, конфигурации и типа антенны (вибраторная штыревая,

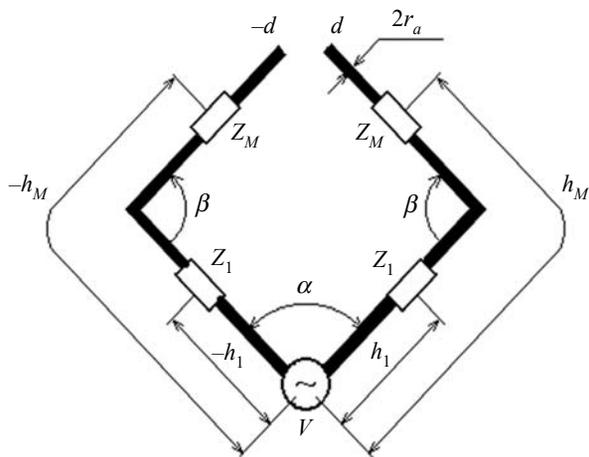


Рис. 1. Обобщенный вид вибраторной произвольно изогнутой антенны с сосредоточенными комплексными нагрузками  $Z_1 \dots Z_M$

петлевая, спиральная или другая)? Как влияет выбор типа и конструкции антенны на распределение тока (РТ) на ней, ее комплексное входное сопротивление, коэффициент стоячей волны по напряжению (КСВН), полосу пропускания, ДН, ее поляризационные характеристики, КПД и другие параметры?

Результаты первых разработок и исследований антенн, опубликованные в трудах А.А. Пистолькорса, Г.З. Айзенберга и других авторов, были получены на основе приближенной оценки, предположений или экспериментальных результатов и не могли дать ответ на поставленные выше вопросы.

В данной статье приведен анализ методов расчета и исследований произвольно изогнутых линейных вибраторных антенн с сосредоточенными нагрузками в ветвях, включенных с целью улучшения их электрических и механических характеристик. Рассмотрены приближенные методы расчета этих антенн и строгие, более точные, основанные на решении интегро-дифференциальных или интегральных уравнений (ИУ) в строгой постановке относительно неизвестного значения комплексного тока на антенне с применением ЭВМ [1]. В последнем случае в результате определения комплексного значения РТ вдоль антенны удастся затем найти ее другие необходимые параметры. Например, комплексный коэффициент отражения, входное сопротивление ( $Z_{in}$ ), КСВН ( $K_c$ ), коэффициент направленного действия (КНД), коэффициент усиления (КУ) ДН и дру-

гие параметры антенны. В дальнейшем тексте под словом «антенна» будем подразумевать как одиночную антенну (рис. 1), так и антенную систему с включенными корректирующими нагрузками  $Z_1 \dots Z_M$ .

**1. Этапы создания линейных произвольно изогнутых антенн и антенных систем с корректирующими нагрузками.** Рассмотрим последовательность и этапы разработки широкого класса, произвольно изогнутых малогабаритных, многочастотных, широкополосных антенн с управляемыми ДН и других антенных систем с улучшенными конструктивными и электрическими характеристиками в соответствии со структурной схемой, приведенной на рис. 2.

На этапе 1 формулируем исходные данные (ИД) и технические требования (ТТ) к конструкции и конфигурации антенны, ее электродинамическим и радиотехническим параметрам (РТ,  $Z_{in}$ ,  $K_c$ , ДН, КПД), задаем внешние характеристики (волновое сопротивление питающего фидера на входе антенны, параметры окружающей среды и др.). На этапе 2 выполняем структурно-параметрический синтез антенны с КН, который заключается в определении типа антенны, ее конфигурации, перечня и типа КН, включаемых в различных точках антенны (в начальном приближении). На этапе 3, при необходимости, разрабатываем или совершенствуем математическую модель синтезированной на втором этапе антенны с включенными КН и выполняем уточненный анализ более строгим методом, например, ИУ и оптимизацию значений КН и мест их включения в антенну. На этапе 4а, после проверки выполнения заданных ИД и ТТ, принимаем одно из двух решений: 1) перейти на этап 5 – к подготовке ИД и технической документации для последующего изготовления новой антенны, удовлетворяющей заданным требованиям; 2) перейти на этапы 4б и 4в – для выбора иных путей удовлетворения ИД и ТТ. Если процедуры этапов 4б и 4в не приводят к позитивным результатам, прибегаем к более радикальным решениям, а именно к переходу на этапы 4г или 4д с последующим повторением всех пройденных ранее процедур (этапов 1–4).

При одновариантном анализе и оптимизации определяем параметры антенны для некоторо-

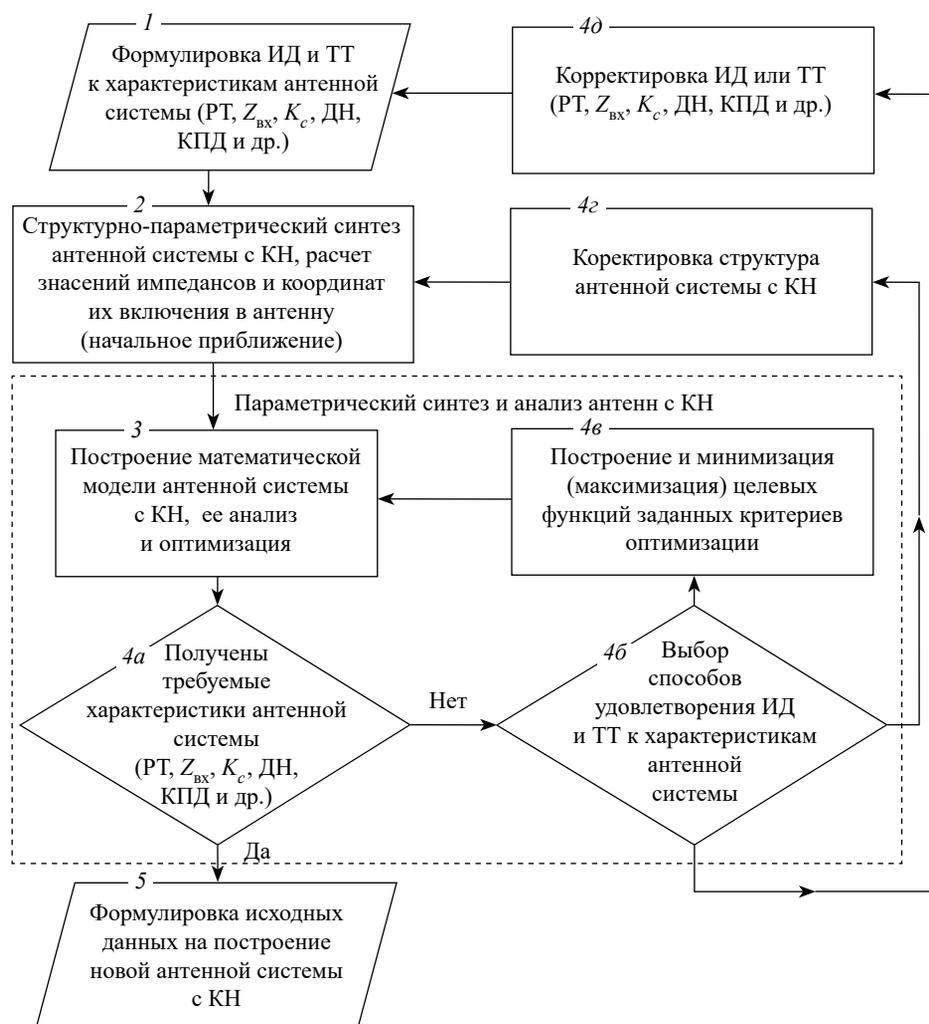


Рис. 2. Этапы создания антенной системы с корректирующими нагрузками

го фиксированного заданного значения внутренних и внешних параметров, а при многовариантном – исследование параметров антенны выполняем в некоторой области внутренних и внешних параметров. Оптимизация параметров антенны выполняется путем поиска экстремума (минимума или максимума) некоторой целевой функции  $F(X)$  в пределах области  $XD$  изменения вектора управляемых параметров  $X$  [2]. Задачу решаем методом математического программирования и формулируем в виде

$$\text{extr}F(X), X \in XD. \quad (1)$$

Область оптимизации ( $XD$ ) задаем совокупностью ограничений типа неравенств  $\varphi(X) \geq 0$  и типа равенств  $\psi(X) = 0$ , т. е.

$$\{X \in XP; \varphi(X) \geq 0, \psi(X) = 0\}, \quad (2)$$

где  $XP$  –  $n$ -мерное пространство управляемых параметров  $X$ , таких как  $d$ , углы изгиба антенны  $\alpha$  и  $\beta$ , координаты  $h$  включения в антенну корректирующих нагрузок  $Z$  (рис. 1).

Рассмотрим результаты применения приближенных и строгих методов к расчету и оптимизации исследуемых антенн. Приближенные методы предполагают, что распределение тока вдоль антенны заранее известно и подчиняется гармоническому (синусоидальному) закону. При этом фаза тока вдоль провода антенны постоянна, а в «узлах» (т. е. при минимальных значениях тока) изменяется скачкообразно на  $180^\circ$ . Подобные подходы известны как метод эквивалентной длиной линии (ЭДЛ), метод наводимых электродвижущих сил и другие. В сущности этих методов уже заложена погрешность результатов, обусловленная приближенным

заданием распределения тока в антенне или антенной решетке (АР).

Создание новой штыревой, петлевой антенны или антенной системы с улучшенными характеристиками в соответствии с предъявленными к ней ИД и ТТ выполняем с учетом структурной схемы (рис. 2).

**2. Приближенный расчет штыревых произвольно изогнутых линейных вибраторных антенн с нагрузками.** Рассмотрим на примере электрически короткой симметричной вибраторной антенны этапы разработки малогабаритных, многочастотных, широкополосных и других антенн и антенных систем с улучшенными характеристиками.

После формулировки на этапе 1 (рис. 2) ИД и ТТ к данной антенне выполняем ее структурно-параметрический синтез (этап 2), т. е. определяем тип и конструкцию антенны, значения и места включения КН ( $Z_1 \dots Z_M$ ) в начальном приближении. В случае, когда КН – индуктивные, определяем дискретное множество значений  $L = \{L_1, L_2, \dots, L_M\}$  этих нагрузок, включаемых в плечи антенны для обеспечения на ее входе режима последовательного резонанса ( $X_{in} = 0$ ). Каждому значению нагрузки  $L_j$  данного множества соответствует множество координат включения нагрузок  $h_{L_j}$ :  $H = \{h_{L_1}, h_{L_2}, \dots, h_{L_M}\}$ . Координаты  $h_{L_j}$  включения нагрузок соответствуют множеству  $\{0 \dots d\}$ .

Задачу определения значений необходимых нагрузок  $L_j$  решаем с применением приближенного метода ЭДЛ, представляя антенну (рис. 1) в виде двухпроводной линии с нагрузками ( $Z_1 \dots Z_M$ ), включенными в ветвях линии (антенны), и нагрузкой  $Z$  на конце линии [2]. Для случая разомкнутой на конце линии, эквивалентной данной антенне, сопротивление на конце линии  $Z \rightarrow \infty$  и общее реактивное сопротивление антенны имеет вид

$$Z_{load}^{open} = 2iX_{open} - 2iW_{open} \operatorname{ctg}[k(d - h_x)], \quad (3)$$

где  $W_{open} = 120[\ln(d/r_a) - 1]$  – волновое сопротивление разомкнутой на концах линии или эквивалентной ей антенны;  $h_x$  – координаты включения корректирующих нагрузок  $X_{open}$  в антенну.

Учитывая, что условием согласования данной антенны с питающим фидером является

равенство нулю реактивной составляющей входного сопротивления антенны, получаем формулу для расчета значения реактивного сопротивления корректирующей нагрузки  $X_{open}$ , необходимой для согласования антенны с питающим фидером

$$X_{open} = i \frac{W_{open}}{2} \{ \operatorname{ctg}[k(d - h_x)] - \operatorname{tg}(kh_x) \}. \quad (4)$$

Для случая, когда длина плеча укороченной антенны меньше резонансной ( $0 < d < 0,2\lambda$ ), нагрузка  $X_{open}$  имеет индуктивный характер и выражение (4) приобретает вид

$$L_{rez}^{open} = \frac{W_{open}}{4\pi f} \{ \operatorname{ctg}[k(d - h_L)] - \operatorname{tg}(kh_L) \}, \quad (5)$$

где  $h_L$  – координаты включения индуктивных нагрузок.

Используя выражения (4) и (5) для индуктивной нагрузки, включаемой в антенну с координатой  $h_L$ , обеспечиваем равенство нулю реактивной составляющей входного сопротивления антенны, что важно для согласования антенны с питающим фидером. С помощью этих выражений также можно получить зависимость резонансной длины данной антенны от координаты включения корректирующей индуктивной нагрузки для различных параметров толщины стержня антенны  $\Omega$ , где  $\Omega = 4,61g(2d/r_a)$  (рис. 3).

Как следует из графиков на рис. 3, для электрически малых антенн имеется оптимальное значение  $h_L^*$ , приблизительно равное 0,07...0,08, при котором резонансная длина электрически короткой антенны достигает своего минимума. При этом с увеличением толщины стержня антенны растет ее резонансная длина.

Отметим, что на рассмотренном выше этапе 2 разработки антенны с использованием приближенного метода затруднительно получить полный набор необходимых параметров, таких как комплексное входное сопротивление и коэффициент отражения, КСВН, параметры ДН.

На этапе 3 выполняем анализ и оптимизацию решения, полученного на этапе 2, для полного исследования антенны с КН с применением более точного строгого подхода (например, метода ИУ) построения математической модели и расчета необходимых параметров антенны. Уточнения начального приближения значе-

ния индуктивности  $L_m$  ( $L_{rez}^{open}$ ), полученного из выражения (3), достигаем минимизацией одномерной целевой функции вида

$$\min \left\{ \left[ |X_{in}(L_m)| - X_{in}^{req} \right] / X_{in}^{req} \right\}^2, \quad (6)$$

$$m = 1, 2, \dots, M, L_m \in (L_1, L_M),$$

$$V, f, d, r_a, h_L = \text{const},$$

где  $V$  – напряжение возбуждающего генератора;  $f$  – рабочая частота;  $X_{in}^{req}$  – требуемое значение реактивной составляющей входного сопротивления антенны.

В данном случае  $X_{in}^{req} = 0$ ,  $X_{in}(L_m)$  – реактивная составляющая входного сопротивления антенны при включенном в нее индуктивном элементе  $L_m$ , найденном методом ИУ на этапах 3, 4а, 4б, 4в путем анализа и оптимизации антенны с КН (рис. 2).

Оптимальным решением данной задачи является значение индуктивности  $L$ , обеспечивающее минимальное значение критерия оптимальности (6).

Если процедуры этапов 4б и 4в не приводят к необходимым результатам, переходим к этапам 4г и 4д с последующим повторением пройденных ранее этапов 1–4.

Если удастся удовлетворить ИД и ТТ, предъявленные к требуемой антенне или АР, переходим на этап 5 для подготовки ИД и технической документации на изготовление новой антенны.

**3. Приближенный расчет петлевых произвольно изогнутых линейных антенн с нагрузками.** Если в исследуемой антенне (рис. 1) замкнуть свободные концы ветвей ( $-d$  и  $d$ ), противоположные узлу возбуждения  $V$ , то она становится антенной другого типа – петлевой (замкнутой) антенной, конфигурация которой зависит от углов  $\alpha$ ,  $\beta$  и размеров плеч антенны (например, квадратной, прямоугольной, треугольной, ромбической). Для этих антенн наименьшая полуудлина периметра, при которой их реактивная составляющая входного сопротивления близка к нулю, а активная соизмерима с волновым сопротивлением высокочастотного питающего фидера, составляет приблизительно  $d = (0,5 \dots 0,6)\lambda$ , где  $\lambda$  – рабочая длина волны антенны, независимо от конфигурации.

Известно, что попытка миниатюризации подобных антенн (уменьшения их размеров от-

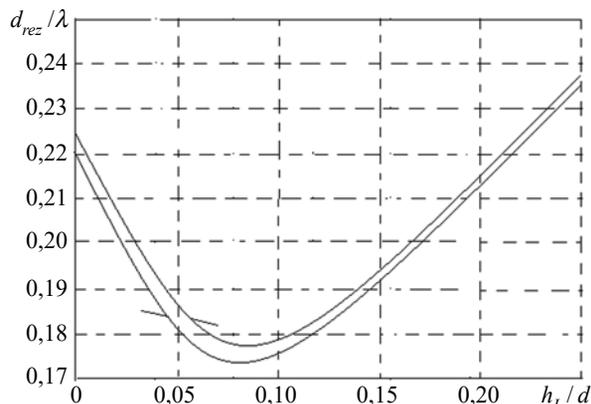


Рис. 3. Зависимость резонансной длины стержневой антенны от координаты включения КН для стержней различной толщины: кривая 1 –  $\Omega = 9,21$ ; кривая 2 –  $\Omega = 11,5$

носительно указанных выше резонансных величин) приводит к искажению входного сопротивления, повышению КСВН и, следовательно, к рассогласованию входа антенны с питающим фидером. При этом, как и в случае разомкнутых (стержневых) антенн, произвольное укорочение размеров замкнутых антенн без дополнительных мер не позволяет решить вопрос их миниатюризации.

Подобно тому, как это делалось в разд. 2, используем приближенный подход к исследованию и расчету петлевых малогабаритных антенн с включенными реактивными нагрузками. Получим выражение для необходимых значений нагрузок и создания в антенне режима последовательного резонанса ( $X_{in} = 0$ ) в виде

$$X_{rez}^{loop} = -0,5i W_{loop} \times \left\{ \text{tg} \left[ \eta_1 k(d - h_x) \right] + \text{tg} \left( \eta_2 k h_x \right) \right\}, \quad (7)$$

где  $\eta_1$  и  $\eta_2$  – коэффициенты укорочения волны в свободном пространстве на первом и втором участках антенны [2].

Исследуя выражение (7), можно прийти к выводу, что для плеча антенны длиной  $d < 0,25\lambda$  режим первого последовательного резонанса в петлевой антенне достигается только при емкостном характере нагрузок независимо от места их включения. При длине плеча  $0,25 < d / \lambda < 0,50$  знак резонансной нагрузки  $X_{rez}^{loop}$  зависит от места ее включения в антенну, т. е. для уменьшения размера антенны может применяться как емкостная, так и индуктивная КН. Контрольные расчеты по формуле (7) проводились для антенн из проводников

со средней толщиной стержня и волновым сопротивлением 450 Ом. Из расчетов также следует, что при  $d < 0,25\lambda$  абсолютное значение сопротивления емкостной резонансной нагрузки становится минимальным в середине плеча ( $h_x = 0,5d$ ) антенны.

Результаты расчетов по формуле (7) антенны с параметром толщины  $\Omega = 11,5$  и емкостными нагрузками показали, что для обеспечения первого последовательного резонанса при укорочении петлевой антенны приблизительно в два раза относительно обычных размеров, т. е. до  $d \approx (0,2...0,3)\lambda$ , необходимо в каждую ветвь антенны включить нагрузку с реактивным сопротивлением порядка  $X_c = -i(500...1500)$  Ом.

**4. Строгие методы расчета тонких вибраторных антенн.** Если погрешность приближенных расчетов штыревых и петлевых антенн выходит за рамки допустимых значений, задача решается строгим методом ИУ [1–3, 5–7, 15]. Известны две основные разновидности строгих методов расчета антенн. Методы первой разновидности основаны на решении интегро-дифференциального уравнения или ИУ Поклингтона, методы второй – на ИУ Галлена.

Для обычного симметричного вибратора уравнение Поклингтона [1–4] имеет вид

$$\int_{-d}^d I_z(z') \left[ \frac{\partial^2 G(z, z')}{\partial z^2} + k^2 G(z, z') \right] dz' = -i\omega \varepsilon_a E_z^{exc}(z), \quad (8)$$

где  $d$  – длина плеча симметричного вибратора;  $I_z(z)$  – искомый ток на вибраторе;  $z$  и  $z'$  – точки наблюдения на поверхности вибратора и точки интегрирования (источников) на его оси, соответственно;  $G(z, z')$  – функция Грина;  $k$  – волновое число, равное  $\omega\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}$ ;  $\omega$  – круговая частота;  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды;  $E_z^{exc}(z)$  – стороннее электрическое поле.

Другая разновидность ИУ, известная как уравнение Галлена [3], записывается следующим образом:

$$\int_{-d}^d I_z(z') G(z, z') dz' = -\frac{i}{W} \left( C_1 \cos kz + \frac{V}{2} \sin k|z| \right), \quad -d \leq z \leq d, \quad (9)$$

где  $W$  – волновое сопротивление свободного

пространства;  $C_1$  – постоянная величина, которая определяется из условия равенства нулю тока на концах вибратора,  $I_z(\pm d) = 0$ .

Подобные ИУ и их разновидности применяются в настоящее время для расчетов строгими методами параметров разнообразных антенн и сложных электромагнитных полей в различных средах, как в вариантах линейных, так и поверхностных интегралов [2, 3].

Следует отметить существенное отличие между возможностями расчета рассматриваемых вибраторных антенн с использованием уравнений типов (8) и (9). Для решения ИУ (9) необходимо задавать условие равенства нулю тока на концах вибратора,  $I_z(\pm d) = 0$ , что физически не корректно, так как не дает возможности учитывать при расчетах толщину стержня вибратора, на концах которого ток может быть не равным нулю. Однако при решении уравнения (8) нет необходимости задавать подобное условие. Кроме того, при замыкании свободных ветвей антенны (рис. 1) в точках  $\pm d$ , диаметрально противоположных узлу возбуждения антенны, и выполнении ее в виде петлевой антенны в точке замыкания ветвей, как правило, образуется пучность (максимум) действующего значения тока, и условие  $I_z(\pm d) = 0$  противоречит реальности. Следовательно, с помощью уравнения типа (8), в отличие от (9), можно решать намного большее количество задач для различных видов проволочных антенн произвольной конфигурации (как штыревых, так и петлевых).

В уравнениях (8) и (9) отсутствует возможность учета влияния включения в произвольных точках вдоль ветвей антенн узлов возбуждения и импедансных нагрузок  $Z_1...Z_M$ , а также изменения размеров и конфигурации антенн путем, например, изменения углов  $\alpha$  и  $\beta$  (рис. 1). Поэтому дальнейшая задача научных исследований состоит в том, чтобы с учетом выражений (8) и (9) и других разработать более точный и универсальный метод ИУ. Этот метод должен позволять, варьируя значениями углов  $\alpha, \beta$ , размерами антенн (рис. 1), величинами импедансных или реактивных нагрузок ( $Z_1...Z_M$ ) в антеннах и координатами точек их включения, создавать новые разнообразные более эффективные антенны для современных приемно-передающих устройств радиотехники.

**5. Интегральное уравнение для тонкой произвольно изогнутой вибраторной антенны с сосредоточенными нагрузками.** Рассмотрим особенности решения ИУ относительно распределения тока на линейных изогнутых антеннах (рис. 4) в виде произвольно изогнутого в плоскости идеально проводящего тонкого вибратора длиной  $2d$  с круглым поперечным сечением радиусом  $r_a$ , помещенного в изотропную однородную среду без потерь [1, 2–7]. При этом соблюдаем условия  $2d \gg r_a$ ,  $kr_a \ll 1$ , где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина рабочей волны. В точках изгиба данного вибратора отсутствуют острые кромки, а радиус изгиба превышает радиус его поперечного сечения  $r_a$ . Поместим этот вибратор в криволинейную цилиндрическую систему координат  $(s, r, \varphi)$ , в которой координата  $s$  отсчитывается вдоль оси вибратора. Сечения вибратора, в которых отсчитывается угол  $\varphi$ , перпендикулярны его оси в точках  $s$ . При этом радиус вибратора неизменен ( $r = r_a = \text{const}$ ). Далее, исходя из условий для тонкого стержня антенны и с целью упрощения задачи, координата  $\varphi$  учитываться не будет.

Такие координаты определяют однозначное положение любой точки на поверхности и оси вибратора.

Для данного вибратора можно записать значение электрической составляющей поля в виде

$$E_s^e(s) = \frac{1}{i\omega\epsilon_a} \times \int_{-d}^d I(s') \left[ \frac{\partial^2}{\partial s^2} G(s, s') + k^2 G(s, s') (\vec{s}, \vec{s}') \right] ds', \quad (10)$$

где  $\vec{s}$  и  $\vec{s}'$  – единичные векторы, касательные к оси вибратора в сечениях  $s$  и  $s'$  и расположенные в плоскости изгиба вибратора;  $(\vec{s}, \vec{s}')$  – скалярные произведения единичных векторов;  $(s)$  – точки наблюдения;  $(s')$  – точки интегрирования;  $G(s, s')$  – функция Грина, равная  $e^{-k\Delta(s, s')}/4\pi\Delta(s, s')$ ,  $\Delta(s, s')$  – расстояние между точками наблюдения и интегрирования;  $\omega$  – круговая частота;  $\epsilon_a$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость.

Учитывая, что рассматриваемый вибратор тонкий и радиусы его изгиба значительно больше радиуса самого вибратора, допустим при-

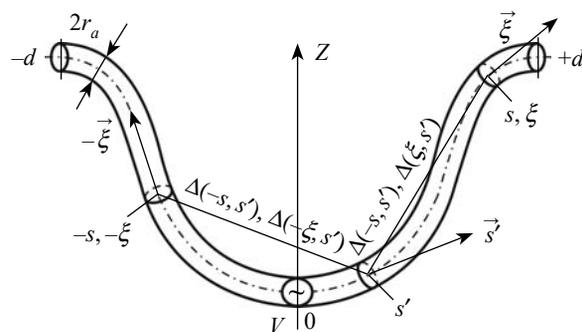


Рис. 4. Произвольно изогнутая линейная антенна, симметричная относительно оси OZ

ближенные равенства:

$$J^{e.exc}(s', j') \approx J^{e.exc}(s'),$$

$$G(s, s', j, j') \approx G(s, s'),$$

где полный ток на поверхности вибратора

$$I(s) = J^{e.exc}(s) 2\pi r_a.$$

Для исключения сингулярности в подынтегральном выражении (10) при  $s = s'$  полагаем, что полный ток распределен вдоль оси антенны, а точки наблюдения  $s$  находятся на ее поверхности.

Включим последовательно в каждое плечо антенны на расстояниях соответственно  $\pm h_1, \pm h_2, \dots, \pm h_M$  от ее центра  $O$  (рис. 1, 4)  $M$  сосредоточенных импедансов  $Z_1, Z_2, \dots, Z_M$ . Представим эти импедансы с помощью  $\delta$ -функции Дирака в виде  $Z_\nu \delta(s - h_\nu)$ , где  $\nu$  – порядковый номер импеданса, считая от начала координат. Пусть вибратор возбуждается двумя синфазными  $\delta$ -генераторами, симметрично включенными в точках с координатами  $\pm h_\nu$  и наводящими в районе включения стороннее электрическое поле  $E_s^{exc}(s) \delta(s - h_\nu)$ .

Для такого случая граничное условие на поверхности вибратора представляет собой сумму тангенциальных составляющих падающего (или наведенного)  $E^{exc}(s)$  и рассеянного  $E(s)$  полей. Эта сумма в точках включения импедансов равна сумме падений напряжений на последних и равна нулю в остальных точках вибратора:

$$E_s^{exc}(s) + E_s(s) = I(s) \sum_{\nu=1}^{2M} Z_\nu \delta(s - h_\nu), \quad -d \leq s \leq d. \quad (11)$$

Подставляя граничное условие (11) в уравнение (10) и учитывая свойства симметрии

используемой функции Грина

$$\frac{\partial}{\partial s} G(s, s') = -\frac{\partial}{\partial s'} G(s, s'),$$

получим интегральное уравнение (12), связывающее неизвестный ток  $I(s)$  на поверхности произвольного изогнутого вибратора с известным сторонним полем  $E_s^{exc}(s)$ , функцией влияния  $G(s, s')$ , скалярным произведением единичных векторов  $(\vec{s}, \vec{s}')$  и последовательно включенными в провод антенны сосредоточенными импедансами  $Z_\nu$ :

$$\int_{-d}^d I(s') \left[ \frac{\partial^2}{\partial s \partial s'} G(s, s') - k^2 G(s, s') (\vec{s}, \vec{s}') \right] ds' + i\omega \varepsilon_a I(s) \sum_{\nu=1}^{2M} Z_\nu \delta(s - h_\nu) = i\omega \varepsilon_a E_s^{exc}(s), \quad (12)$$

$$-d \leq s \leq d.$$

Интегрируя (12) в пределах от  $-s$  до  $+s$ , получим

$$\int_{-d}^d I(s') \left\{ \frac{\partial}{\partial s'} [G(s, s') - G(-s, s')] - \right. \\ \left. -k^2 \int_{-s}^s G(\xi, s') (\vec{\xi}, \vec{s}') \right\} ds' + i\omega \varepsilon_a \int_{-s}^s I(\xi) \sum_{\nu=1}^{2M} Z_\nu \delta(\xi - h_\nu) d\xi = \\ = i\omega \varepsilon_a \int_{-s}^s E(\xi) \delta(\xi - h_\nu) d\xi, \quad -d \leq s \leq d, \quad (13)$$

где  $\xi$  и  $\vec{\xi}$  – точка наблюдения и соответствующий единичный вектор, касательный к поверхности вибратора в точке  $\xi$ ;  $G(s, s')$  и  $G(-s, s')$  – функции Грина для случаев, когда точка наблюдения находится на положительной или на отрицательной ветви антенны, соответственно.

Далее для упрощения задачи перейдем к рассмотрению произвольно изогнутого вибратора в симметричном исполнении относительно некоторой оси  $OZ$ , проходящей через его центр, узел возбуждения  $V$  и начало координат  $0$  (рис. 4).

Пусть возбуждающие  $\delta$ -генераторы включены в вибратор симметрично относительно начала координат (либо в начале координат), нагрузки включены также симметрично и попар-

но равны между собой, т. е.

$$G(s, s') = G(-s, -s'), \quad G(-s, s') = G(s, -s'), \\ (\vec{\xi}, \vec{s}') = (-\vec{\xi}, -\vec{s}'), \quad (-\xi, s') = (\xi, -s'), \quad (14) \\ E(\xi) = E(-\xi), \quad I(s) = I(-s).$$

Учитывая соотношения (14), можно вдвое сократить пределы интегрирования в уравнении (13) по переменным  $s'$  и  $\xi$ , записывая его с учетом известного свойства  $\delta$ -функции  $\int f(x) \delta(x - a) dx = f(a)$  в следующем виде:

$$\int_0^d I(s') \left\{ \frac{\partial}{\partial s'} [G(s, s') - G(-s, s')] - \right. \\ \left. -k^2 \int_0^{|s|} \left[ G(\xi, s') (\vec{\xi}, \vec{s}') - \right. \right. \\ \left. \left. -G(-\xi, s') (-\vec{\xi}, \vec{s}') \right] d\xi \right\} ds' + \\ + i\omega \varepsilon_a \sum_{i=1}^M \begin{cases} 0, & 0 \leq |s| < h_\nu, \\ I(h_\nu) Z_\nu, & h_\nu \leq |s| \leq d \end{cases} = \\ = \begin{cases} 0, & 0 \leq |s| < h_\nu, \\ i\omega \varepsilon_a \frac{V}{2}, & h_\nu \leq |s| \leq d, \end{cases} \quad 0 \leq |s| \leq d, \quad (15)$$

где  $G(s, s')$ ,  $G(\xi, s')$  – функции Грина для случая точек, находящихся на одной и той же ветви антенны;  $G(-s, s')$ ,  $G(-\xi, s')$  – функции Грина для точек, находящихся на разных ветвях;  $(\vec{\xi}, \vec{s}')$ ,  $(-\vec{\xi}, \vec{s}')$  – скалярные произведения единичных векторов, находящихся на одной и разных ветвях антенны соответственно;  $V$  – напряжение возбуждающего  $\delta$ -генератора при  $h_\nu = 0$ . Таким образом, интегрирование в (15) как по переменной  $s'$ , так и по  $\xi$ , ведется по одной ветви антенны.

Выражение (15) представляет собой интегральное уравнение Фредгольма первого рода. Это выражение вытекает из уравнений Максвелла и удовлетворяет условию излучения и граничному условию, но, как и все подобные ИУ, не удовлетворяет условию корректности решения [7–9]. Однако это не является помехой для решения с его помощью электродинамических задач. Ниже изложен метод устранения вышеуказанной негативной особенности решения ИУ.

**6. Исследование и решение ИУ для произвольно изогнутых симметричных антенн, плечо которых состоит из двух прямолинейных отрезков проводника.** Для простых по

конструкции симметричных антенн (прямолинейный,  $V$ -образный, круговая рамка и подобные вибраторы), у которых плечо представляет собой однородную геометрическую структуру, ИУ (15) записывается и решается относительно просто.

Для расчета антенн более сложной конструкции ИУ усложняется. Например, если плечо симметричного изогнутого вибратора состоит из двух прямолинейных отрезков (рис. 1, 5), при решении оно записывается в виде системы двух интегральных уравнений вида (16):

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_0^h I^I(s') K^{II}(s, s') ds' + \\ & + \int_h^d I^{II}(s') K^{II}(s, s') ds' + \\ & + i\omega \varepsilon_a \sum_{v=1}^{M^I} \begin{cases} 0, & 0 \leq |s| < h_v, \\ I(h_v) Z_i, & h_v \leq |s| \leq h \end{cases} = \\ & = \begin{cases} 0, & 0 \leq |s| < h_v, \\ i\omega \varepsilon_a \frac{V}{2}, & h_v \leq |s| \leq h, \quad (0 \leq |s| \leq h), \end{cases} \\ & \int_0^h I^I(s') K^{II}(s, s') ds' + \\ & + \int_h^d I^{II}(s') K^{II}(s, s') ds' + \\ & + i\omega \varepsilon_a \sum_{i=M^I+1}^{M^I} \begin{cases} 0, & 0 \leq |s| < h_v, \\ I(h_v) Z_v, & h_v \leq |s| \leq d \end{cases} = \\ & = \begin{cases} 0, & 0 \leq |s| < h_v, \\ i\omega \varepsilon_a \frac{V}{2}, & h_v \leq |s| \leq d, \quad (h \leq |s| \leq d). \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (16)$$

В этой системе ядро каждого подынтегрального выражения обозначаем через  $K(s, s')$ , границу изгиба двух отрезков антенны – через  $h$ , общее число сосредоточенных импедансов в антенне –  $M$ , а их количество на первом участке антенны до изгиба – через  $M^I$ . Верхние индексы римскими цифрами в обозначениях токов  $I(s')$  и ядер ИУ  $K(s, s')$  означают номера по порядку прямолинейных отрезков, считая от начала координат. Причем верхние индексы в токах  $I(s')$  обозначают номер отрезка

интегрирования, а в ядрах  $K(s, s')$  на первом месте написан индекс, соответствующий номеру отрезка наблюдения, а на втором – индекс, соответствующий номеру отрезка интегрирования. Первое уравнение системы (16) описывает влияние обоих участников антенны ( $I$  и  $II$ ) на отрезок  $I$ , второе – характеризует влияние обоих участников антенны на отрезок  $II$ .

Для решения системы ИУ (16) применим обычный метод приближенного решения ИУ путем представления интегралов в виде сумм [1–3], при котором очевидно – значение погрешности расчетов определяется количеством ( $N$ ) отрезков разбиения (сегментов) на плече антенны. В таком случае эта система уравнений записывается в сокращенном дискретном виде

$$\sum_{n=1}^N I(s_n) \times \left\{ \begin{aligned} & \int_{s_n^H}^{s_n^B} \frac{\partial}{\partial s'} [G(s, s') - G(-s, s')] ds' - \\ & \times \left[ -k^2 \int_0^{s_m} \int_{s_n^H}^{s_n^B} \left[ G(\xi, s') (\bar{\xi}, \bar{s}') - \right. \right. \\ & \left. \left. - G(-\xi, s') (-\bar{\xi}, \bar{s}') \right] ds' d\xi \right] \Big\} + \\ & + i\omega \varepsilon_a \sum_{v=1}^M \begin{cases} 0, & 1 \leq m \leq N_v, \\ I_{N_v} Z_v, & N_v < m \leq N \end{cases} = \\ & = \begin{cases} 0, & 1 \leq m \leq N_v, \\ i\omega \varepsilon_a \frac{V}{2}, & N_v < m \leq N \quad m = 1, 2, \dots, N, \end{cases} \quad (17)$$

где

$$\int_{s_n^H}^{s_n^B} \frac{\partial}{\partial s'} [G(s, s') - G(-s, s')] ds' = \\ = [G(s_m, s_n) - G(-s_m, s_n)]_{s_n^H}^{s_n^B}.$$

В (17) и на рис. 5 введены следующие обозначения:  $m$  и  $n$  – номера точек наблюдения и отрезков интегрирования, считая от начала координат;  $s_m$  – координаты точек наблюдения, расположенных на отрезках разбиения антенны. Также  $m$  и  $n$  обозначают номера строк и столбцов квадратной матрицы размером  $N$ .

Для решения данной системы уравнений разработана компьютерная программа *Distribution*

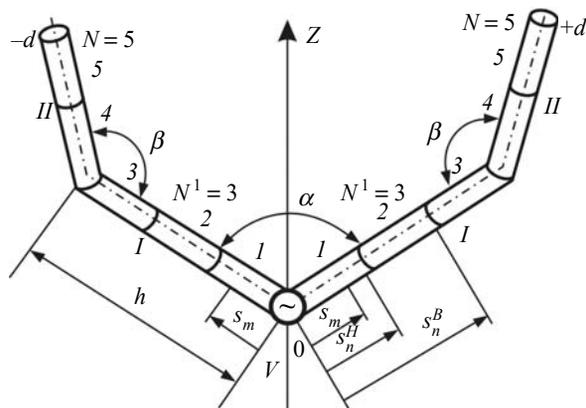


Рис. 5. Симметричный изогнутый штыревой вибратор, разделенный на  $2N$  отрезков разбиения (сегментов)

[1, 2]. В ней внешние интегралы в пределах плеч антенны от 0 до  $h$  и от  $h$  до  $d$  заменяем суммой  $N$  интегралов. Интегрирование же в пределах  $0 \dots s_m$  и отрезков разбиения выполняем методом Симпсона.

**7. Исследование системы уравнений (17) и проверка степени ее обусловленности.** При решении подобных ИУ могут возникать проблемы в виде неустойчивости и неопределенности результатов расчета искомого распределения тока вдоль антенны [7–9]. В указанных работах отмечается, что под приемлемой степенью обусловленности ИУ понимается превышение амплитуды диагональных элементов прямой матрицы над остальными, то есть матрица должна быть «диагональной», что позволяет получать устойчивое решение. Следовательно, результат решения подобных ИУ зависит от вида и характера прямой матрицы, устойчивости обратной матрицы и искомого распределения тока вдоль исследуемой антенны.

Выполним исследование прямой и обратной матриц данной системы уравнений для случая П-образной антенны из тонкого проводника без нагрузок в плечах, при координате точки изгиба плеча антенны  $h/\lambda = 0,10$  и значениях  $\alpha = 180^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ ,  $d = 0,25\lambda$ ,  $h_v = 0$ ,  $N = 16$  (рис. 1, 5).

На рис. 6 приведены в относительных единицах расчетные графики зависимости от  $n$  (кривые  $I'$  и  $I$  – для  $m = 5$ , кривые  $2'$  и  $2$  – для  $m = 12$ ) действительных и мнимых частей элементов квадратной матрицы ( $N \times N$ ) ядра системы уравнений (17). Соответственно представим графически на рис. 6, а – заключенные в фигурные скобки в (17) элементы матрицы

первого слагаемого (обозначим его «А») и на рис. 6, б – элементы матрицы второго слагаемого – «В».

Из этих графиков следует, что действительная часть ядра первого слагаемого «А» (рис. 6, а) представляет собой резко изменяющуюся знакопеременную функцию (графики  $I'$  и  $2'$ ), незначительно зависящую от конфигурации антенны, и при  $m = n$  или близких к этому равенству она принимает нулевые значения. Матрица действительных частей слагаемого «А» по характеру и абсолютной величине не является диагональной, плохо обусловлена и не пригодна для последующих расчетов. Элементы мнимой части этого слагаемого – величины положительные (пунктирные кривые  $I$  и  $2$  на рис. 6, а), значительно меньшие по величине действительных частей слагаемого «А», и являются более гладкими функциями. Они уменьшаются до малых значений в районе изгиба плеча антенны (при  $n = 7$  или  $8$ ), что свидетельствует об их зависимости от конфигурации антенны.

Результаты расчетов действительных и мнимых частей матрицы системы (17) второго слагаемого – «В» (графики рис. 6, б) показывают, что эти зависимости являются гладкими функциями, учитывающими изгиб плеча исследуемой антенны (при  $n = 7$  или  $8$ ). Однако значения этих слагаемых на порядок меньше в сравнении со слагаемым «А», и их вклад в суммарную матрицу системы (17) незначителен. Поэтому с учетом характера суммарной матрицы («А» + «В») со значениями элементов диагонали, близкими к нулевым, она плохо обусловлена, не корректна и не пригодна для расчетов распределения тока и других параметров антенн.

Этот вывод о характере прямой суммарной матрицы (рис. 6) подтверждается результатами расчетов обратной матрицы  $K_{mn}^{-1}$ , приведенными на графиках рис. 7 (в относительных единицах). Из этих графиков следует, что характер обратной матрицы существенно зависит от координат ( $s_m$ ) расположения точек наблюдения на отрезках (сегментах) разбиения на оси антенны (рис. 5). С учетом принятого выше допущения при расчете интегралов системы (16) путем представления их в виде суммы интегралов можно вполне допустить произвол при

размещении точек наблюдения в пределах каждого отрезка разбиения, т. е. можно помещать точки наблюдения или на серединах отрезков разбиения или в иных местах (в пределах каждого отрезка разбиения). В целом координаты размещения точек наблюдения на плече антенны определяются выражением

$$s_m = \psi(m - \chi), \quad (18)$$

где  $\psi$  – длина отрезка разбиения (сегмента) плеча антенны;  $m$  – номер точки наблюдения, считая от начала координат 0 (рис. 5);  $\chi$  – параметр оптимизации матрицы, который можно изменять в пределах от 0 до 1.

Возвращаясь к графику элементов матрицы (рис. 6, а), отметим, что характер кривых  $I'$  и  $2'$  соответствует параметру  $\chi = 0,5$  для случая, когда точки наблюдения находятся на серединах отрезков разбиения. При этом знакопеременные действительные части слагаемого «А» (кривые  $I'$  и  $2'$ ) матрицы имеют максимумы положительного значения при  $n = m - 1$  и максимумы отрицательного значения – при  $n = m + 1$ , а нулевые значения находятся в матрице при значениях  $m = n$ . Диагональные элементы такой матрицы нулевые, матрица не является диагональной, не корректна и плохо обусловлена с учетом терминологии [7–9], и не пригодна для расчетов. Если точки наблюдения сдвинуты с середин отрезков разбиения в направлении концов антенны (например, на 0,3 единицы в пределах отрезка разбиения антенны, что соответствует параметру  $\chi = 0,2$ ), положительный максимум кривых  $I'$  и  $2'$  сдвигается вправо на одно значение  $n$  по оси  $n$  и устанавливается в точках  $n = m$ , т. е. на диагонали матрицы. Матрица становится диагональной, а максимумы отрицательных значений остаются на тех же местах, что и при  $n = m + 1$ . Такой новый вид матрицы представлен в виде кривых  $I$  и  $2$  на рис. 6. В этом случае прямая матрица становится хорошо обусловленной, пригодной для расчетов распределения тока и других параметров антенны, несмотря на небольшой «перекос» матрицы относительно ее диагонали в связи с несимметричным расположением в ней отрицательных элементов при  $n = m + 1$ . Также отметим, что в результате проведенной выше оптимизации на 20...30 % увеличивается абсолютная величина амплитуды диагонали

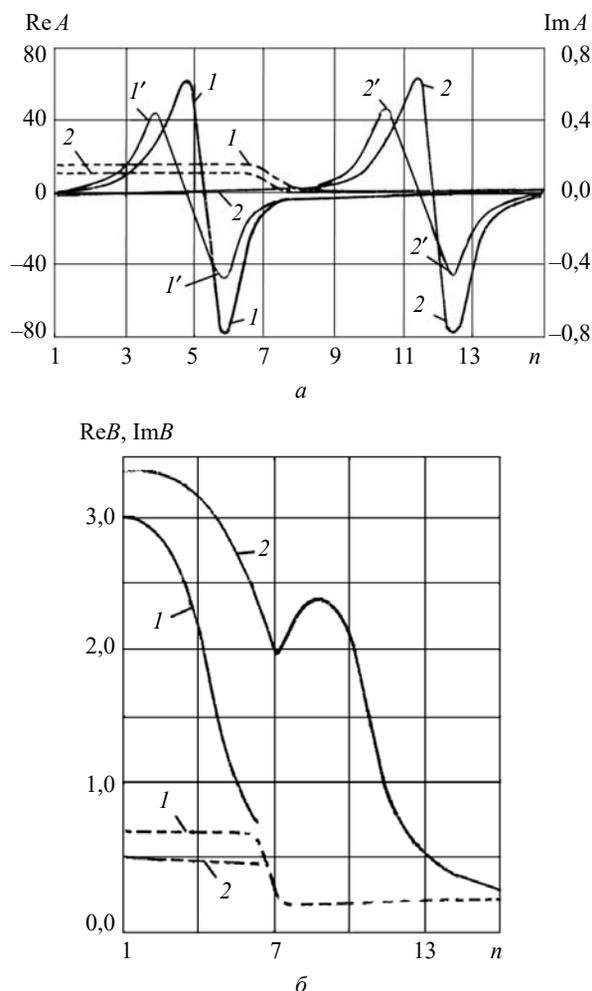


Рис. 6. Графики элементов матрицы  $K_{mn}$  системы уравнений (17) при  $N = 16$  для П-образной полуволновой антенны ( $\alpha = 180^\circ$ ,  $\beta = 90^\circ$ ); изгиб исследуемой антенны выполнен при  $n = 7$  или 8. Кривые  $1'$ ,  $1$  и  $2'$ ,  $2$  – для строк матрицы  $m = 5$  и  $m = 12$ , соответственно; кривые, приведенные сплошными линиями – действительные элементы матрицы, пунктирными – мнимые

матрицы (кривые  $1$  и  $2$ , рис. 6, а) в сравнении с другими ее элементами, что способствует повышению точности расчетов.

В качестве иллюстрации зависимости формы обратной матрицы  $K_{mn}^{-1}$  от параметра  $\chi$  на графиках рис. 7 представлены результаты расчетов П-образной антенны для ряда параметров оптимизации  $\chi = 0,2; 0,4; 0,5; 0,6$ . Из графиков следует, что вариант значения параметра  $\chi = 0,2$  обеспечивает наиболее устойчивую и без пульсаций зависимость значений элементов матрицы от их места расположения в строке матрицы.

Таким образом, описанный выше метод оптимизации матрицы системы (17) позволяет

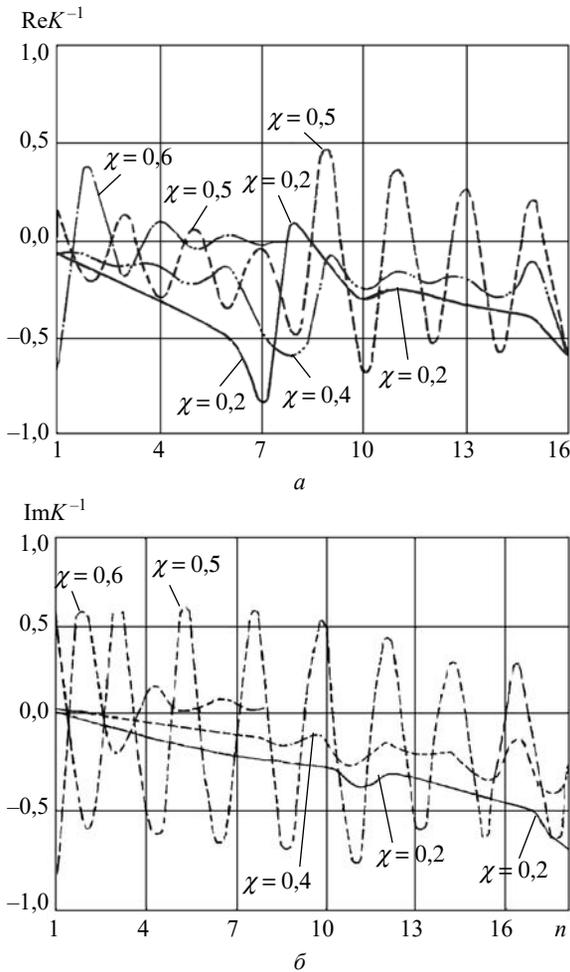


Рис. 7. Графики элементов обратной матрицы  $K_{mn}^{-1}$  системы уравнений (17) при  $N = 16$  для П-образной полуволновой антенны ( $\alpha = 180^\circ, \beta = 90^\circ$ ) для  $m = 8$  и  $m = 16$ ; (изгиб исследуемой антенны выполнен при  $n = 10, 11$ ):  $a$  – действительные элементы матрицы  $K_{mn}^{-1}$ ;  $b$  – мнимые элементы матрицы

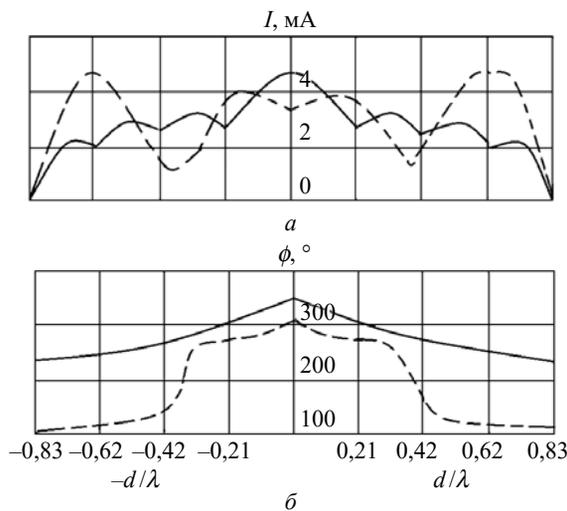


Рис. 8. Влияние емкостных нагрузок на распределение модуля ( $a$ ) и фазы ( $b$ ) тока в изогнутой V-образной антенне

улучшать и восстанавливать ее обусловленность без каких-либо корректировок значений ее элементов.

Данный метод применим для моделирования и расчетов разнообразных конструкций и конфигураций антенн (рис. 1, 5), включая конструкции подобных антенн в микрополосковом исполнении [2, 10, 11].

Как следует из (16), (17) и результатов расчетов, при включении в провода антенны сосредоточенных индуктивных элементов в точках их включения в прямой матрице возникают отрицательные всплески, а при включении емкостных элементов – положительные. При прогнозируемом взвешенном выборе в начальном приближении значений реактивных сопротивлений этих элементов указанные всплески не оказывают значительного влияния на структуру прямой и обратной матриц, тогда как поставленную задачу корректировки и улучшения параметров антенн в соответствии с ТТ они выполняют.

После вычисления обратной матрицы ( $K_{mn}^{-1}$ ) выполняем расчет распределения комплексного значения тока на антенне в соответствии с выражением

$$I_m = \sum_{n=1}^N K_{mn}^{-1} F_n, \quad m = 1, 2, \dots, N, \quad (19)$$

где  $F_n$  – функция возбуждения антенны, равная  $(ik / 60) V$ .

Комплексное входное сопротивление в точках возбуждения антенны  $m = (N_v + 1)$  при напряжении возбуждающего генератора  $1$  В определяем по формуле

$$Z_{in} = \frac{V}{I_m} = \frac{60}{ik \sum_{n=N_v+1}^N K_{mn}^{-1}}. \quad (20)$$

**Результаты расчетов входных сопротивлений и КСВН антенны с емкостными нагрузками**

Значение фидера питания антенны $W_{ph}$ , Ом	Антенна			
	с емкостными нагрузками		без нагрузок	
	$Z_{in\ norm}$	КСВН	$Z_{in\ norm}$	КСВН
50	4,21 – i0,65	4,26	4,42 + i4,44	8,10
200	1,05 – i0,16	1,11	1,11 + i1,11	2,57

Найденное по выражению (19) значение распределения комплексного тока на антенне позволяет определять затем не только входные сопротивления, но и другие необходимые параметры исследуемой антенны (КСВН в питающем антенну фидере, ДН антенны, включая ее КНД, коэффициент усиления, коэффициент эллиптичности и другие показатели).

Предлагаемый ниже пример (рис. 8), в отличие от конструкции, исследованной в [12], показывает влияние включенных емкостных нагрузок на электрические параметры изогнутой  $V$ -образной антенны с длиной плеча  $d = 0,83\lambda$  с тремя равномерно и симметрично включенными в каждое плечо емкостными нагрузками, сопротивление каждой из которых равно  $-i300$  Ом для  $\alpha = 180^\circ$ ,  $\beta = 135^\circ$ ,  $h_v = 0$ ,  $N = 24$ ,  $N^1 = 1$ ,  $\Omega = 11,6$ . На графиках рис. 8 сплошными линиями представлены зависимости, полученные с помощью выражения (19) для такой антенны распределения модуля (рис. 8, а) и фазы (рис. 8, б) тока. Аналогичные параметры для данной антенны без нагрузок для сравнения приведены пунктирными линиями. Из графиков следует, что включение емкостных нагрузок в данную антенну позволяет обеспечить плавное снижение амплитуды и фазы комплексного тока к ее концам без резких скачков, по сравнению с антенной без нагрузок. Включение емкостных нагрузок в антенну предотвращает резкое обращение (скачок) фазы приблизительно на  $180^\circ$  в минимумах (узлах) распределения амплитуды тока в антенне без нагрузок (рис. 8, пунктирные линии) и изменяет режим стоячей волны в антенне на режим бегущей волны тока, существенно корректируя свойства такой антенны и расширяя ее частотный диапазон [2].

Результаты расчетов по формуле (20) комплексных входных сопротивлений этой антенны и КСВН в питающем ее фидере на средней частоте диапазона приведены в таблице, где  $Z_{in\,norm} = Z_{in} / W$ . Как следует из таблицы, включение в антенну емкостных нагрузок понижает КСВН в питающем фидере с волновыми сопротивлениями  $W_{ph}$  как 50 Ом, так и 200 Ом, что позволяет улучшить согласование антенны с приемопередающей радиоаппаратурой.

Отметим, что, кроме рассмотренной выше широкополосной антенны с нагрузками, предложенная методика позволяет выполнять рас-

четы других разнообразных типов штыревых и петлевых произвольно изогнутых антенн с включенными нагрузками и источниками возбуждения в произвольных точках антенн. Эта методика позволяет решать вопросы создания малогабаритных, многочастотных и сверхширокополосных, а также антенн с управляемой ДН. С использованием данной методики, разработанной на основе приведенных выше исследований, выполнен ряд расчетов и разработок различных конструкций изогнутых антенн [2], внедренных в производство и эксплуатируемых на космических аппаратах и других объектах [2, 13]. Для расширения разновидностей анализируемых изогнутых проволочных антенн в [14] предложено строить конструкции антенн из отрезков дуг (окружностей, эллипсов, овалов, включая овалы Кассини).

После публикации рассмотренного метода в [1] и других подобных работах, появились публикации [15] и соответствующие компьютерные программы (*NEC4WIN95*, *SuperNEC*, *MMANA*, *FEKO*, *Microwave Vizio* и другие программные среды), подобные программе *Distribution*, также основанные на решении линейных или поверхностных ИУ. Из этих публикаций и программ следует, что изложенные в данной статье результаты разработки метода интегрального уравнения для расчета произвольно изогнутых антенн с различными нагрузками получили дальнейшее развитие в мировой практике.

**Выводы.** Предложен алгоритм поэтапной разработки широкого круга произвольно изогнутых проволочных штыревых и петлевых антенн с включенными в произвольных точках сосредоточенными нагрузками и узлами возбуждения.

Выполнен сравнительный анализ возможностей расчета приближенных и строгих методов расчета произвольно изогнутых антенн с нагрузками. Результаты анализа позволяют сделать вывод, что приближенные методы весьма полезны для предварительной оценки входных параметров антенн, а также в качестве начального приближения при параметрическом синтезе и анализе подобных антенн. Если точности расчета параметров антенны приближенным методом недостаточно, рекомендуется применять строгий и более точный метод ИУ.

Рассмотрены особенности решения ИУ относительно распределения комплексного тока на произвольно изогнутых антеннах. Показано, что применение для расчетов таких антенн ИУ Фредгольма первого рода с учетом ИУ Поклингтона позволяет расширить набор вариантов разрабатываемых антенн.

С учетом этих особенностей составлена и решена численным методом система ИУ для изогнутых антенн, плечо которых состоит из двух прямолинейных отрезков. Для решения задачи разработана компьютерная программа *Distribution*. При создании этой программы применен метод диагонализации матрицы для улучшения и восстановления ее обусловленности и улучшения устойчивости решения задачи для тока.

Приведены примеры расчета прямой и обратной матриц системы уравнений, последующего расчета комплексных распределения тока и входного сопротивления исследуемых антенн в данной программной среде. Результаты

расчетов согласуются с данными литературных источников и экспериментальными результатами.

С использованием программы *Distribution* выполнены расчеты и разработки серии новых штыревых и петлевых изогнутых антенн для космических аппаратов и других объектов, ряд из которых внедрен в производство и эксплуатацию.

Отмечено, что впервые в мировой практике описанный в данной статье метод ИУ для расчета подобных антенн опередил по времени разработку известных аналогичных методов и соответствующих компьютерных программ.

*Авторы выражают благодарность Е.Д. Романенко – начальнику отдела Государственного предприятия Конструкторское Бюро «Южное» им. М.К. Янгеля, г. Днепр, за активное участие в проведении расчетов и исследований параметров исследованных антенн методом ИУ на ЭВМ.*

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Варывдин В.С., Коломойцев Ф.И., Овсянников В.В. О распределении тока и входном сопротивлении изогнутых вибраторов конечной толщины. *Изв. вузов. Радиофизика*. 1972. Т. 15, № 9. С. 1398–1406.
2. Овсянников В.В. Состояние разработок вибраторных, диэлектрических и плазменных антенн в контексте исторического развития антенной техники. *Радиофизика и электроника*. 2016. Т. 7(21), № 3. С. 58–73. DOI: <https://doi.org/10.15407/rej2016.03.058>.
3. Mittra R. ed. *Computed Techniques for Electromagnetics*. University of Illinois, Urbana, Illinois. Pergamon Press. Intern. Series of Monog. In Electr. Engin. Vol. 7. 1973. 485 p.
4. Pocklington H.C. Electrical oscillations in wires. *Camb. Phil. Soc. proc.* 1897. Vol. 9, 25 Oct. P. 324–332.
5. Tang C.H. Input Impedance of Arc Antennas and Short Helical Radiators. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 1964. Vol. 12, N 16. P. 2–9.
6. Mei K.K. On the Integral Equations of Thin Wire Antennas. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 1965. Vol. 13, N 5. P. 374–378.
7. Говорун Н.Н. О единственности решения интегральных уравнений теории антенн (1-го рода). *Докл. АН СССР*. 1960. Т. 132, № 1. С. 91–94.
8. Лаврентьев М.М. *О некоторых некорректных задачах математической физики*. Новосибирск: Сиб. Отд. АН СССР, 1962. 246 с.
9. Марков Г.Т., Васильев Е.Н. *Математические методы прикладной электродинамики*. Москва: Сов. радио, 1970. 345 с.
10. Buharov S.V., Filins'kyi L.A. Modelling of printed antennas for telecommunications systems. *Proc. X Annivers. Int. Conf. on Anten. Theory and Techn.* (ICATT'15). (Kharkiv, Ukraine, 21–24 April 2015). Kharkiv, 2015. P. 273–275.
11. Buharov S.V., Filins'kyi L.A. Using of Printed Antennas to Evaluate the Permittivity of Materials. *Proc. XI Int. Conf. on Anten. Theory and Techn.* (ICATT'17). (Kyiv, Ukraine, 24–27 May 2017). Kyiv, 2017. P. 239–242.
12. Buharov S.V., Ryabchii V.D. Modeling of Ultra-Wideband Antennas for broadband Systems for Various Purposes. *Proc. XI Int. Conf. on Anten. Theory and Techn.* (ICATT'17). (Kyiv, Ukraine, 24–27 May 2017). Kyiv, 2017. P. 213–216.
13. Khmyrov B.E., Kavelin S.S., Popel A.M., Varivdin V.S., Rodin K.V., Ovsyanikov V.V. The AUREOL-3 satellite. *Ann. Géophys.* 1982. Vol. 38, N 5. P. 547–556.
14. Овсянников В.В. К расчету электродинамических характеристик проволочных телекоммуникационных антенн с импедансными элементами. *Изв. вузов. Радиоэлектроника*. 2007. Т. 50, № 7. С. 51–59. DOI: <https://doi.org/10.20535/S0021347007070060>.
15. Fourie A., Nitch D. Super NEC: Antenna and Indoor-Propagation Simulation. *IEEE Antennas Propag. Mag.* 2000. Vol. 42, N 3. P. 31–48.

Стаття надійшла 11.10.2018

REFERENCES

1. Varyvdin, V.S., Kolomoitsev, F.I., Ovsyanikov, V.V., 1972. On the current distribution and the input resistance of curved vibrators of finite thickness. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofiz.*, **15**(9), pp. 1398–1406 (in Russian).
2. Ovsyanikov, V.V., 2016. State of development of vibrator, dielectric and plasma antennas in the context of the historical development of antenna technology. *Radiofiz. Elektron.*, **7**(21)(3), pp. 58–73 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.15407/rej2016.03.058>.
3. Mittra, R. ed., 1973. *Computed Techniques for Electromagnetics*. University of Illinois, Urbana, Illinois. Pergamon Press. Intern. Series of Monog. In Electr. Engin. Vol. 7. 485 p.
4. Pocklington, H.C., 1897. Electrical oscillations in wires. *Camb. Phil. Soc. Proc.*, **9**, pp. 324–332.
5. Tang, C.H., 1964. Input Impedance of Arc Antennas and Short Helical Radiators. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **12**(16), pp. 2–9.
6. Mei, K.K., 1965. On the Integral Equations of Thin Wire Antennas. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **13**(5), pp. 374–378.
7. Govorun, N.N., 1960. About first-order integral equation solution uniqueness of antenna theory. *Dok. Akad. Nauk SSSR*, **132**(1), pp. 91–94 (in Russian).
8. Lavrentyev, M.M., 1962. *About Some Incorrect Problems of Mathematic Physics*. Novosibirsk: Sib. From the Academy of Sciences of the USSR Publ. (in Russian).
9. Markov, G.T., Vasiliev, E.N., 1970. *Mathematical methods of applied electrodynamics*. Moscow: Sovetskoe radio Publ. (in Russian).
10. Buharov, S.V., Filins'kyi, L.A., 2015. Modelling of printed antennas for telecommunications systems. *Proc. of X Annivers. Int. Conf. on Anten. Theory and Techn.* (ICATT'15). Kharkiv, Ukraine, 21–24 April 2015, pp. 273–275.
11. Buharov, S.V., Filins'kyi, L.A., 2017. Using of Printed Antennas to Evaluate the Permittivity of Materials. *Proc. of XI Int. Conf. on Anten. Theory and Techn.* (ICATT'17). Kyiv, Ukraine, 24–27 May 2017, pp. 239–242.
12. Buharov, S.V., Ryabchiy, V.D., 2017. Modeling of Ultra-Wideband Antennas for broadband Systems for Various Purposes. *Proc. of XI Int. Conf. on Anten. Theory and Techn.* (ICATT'17). Kyiv, Ukraine, 24–27 May 2017, pp. 213–216.
13. Khmyrov, B.E., Kavelin, S.S., Popel, A.M., Varivdin, V.S., Rodin, K.V., Ovsyanikov, V.V., 1982. The AUREOL-3 satellite. *Ann. Géophys.*, **38**(5), pp. 547–556.
14. Ovsyanikov, V.V., 2007. To the electrodynamic characteristics calculation of wire telecommunications antennas with impedance elements. *Radioelectronics and Communications Systems*, **50**(7), pp. 51–59 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.20535/S0021347007070060>.
15. Fourie, A., Nitch, D., 2000. Super NEC: Antenna and Indoor-Propagation Simulation. *IEEE Antennas Propag. Mag.*, **42**(3), pp. 31–48.

Received 11.10.2018

V.V. Ovsyanikov, D.M. Svinarenko, E.R. Beznosova, L.Z. Tsytko

Oles Honchar Dnipro National University  
72, Gagarin Ave., Dnipro, 49010, Ukraine

METHODS OF CALCULATING LINEAR ARBITRARILY  
CURVED ANTENNAS WITH COMPLEX AND REACTIVE LOADS

**Subject and purpose.** The methods and results of calculations of the electrical characteristics of the wire randomly bent antennas of the microwave range have been investigated with the purpose of significantly expanding their capabilities and increasing the accuracy of the electrical parameters computations.

**Methods and methodology.** The methods and methodology of studies of arbitrarily curved wire whip and loop antennas are considered with concentrated arbitrary loads and excitation nodes included at arbitrary points. An approximate calculation of such antennas is performed by the method of an equivalent long line, and rigorous calculation by the integral equation method with respect to the distribution of the complex current on the antenna.

**Results.** The algorithm of step-by-step development of randomly bent wire whip and loop antennas with arbitrary concentrated loads and excitation nodes included at arbitrary points is proposed. A comparative analysis of the possibilities and errors in calculating approximate and rigorous methods for calculating similar antennas is performed. An approximate methods are quite useful for preliminary estimation of input parameters of antennas, and also as an initial approximation for the parametric synthesis of a developed antenna or antenna system. If the accuracy of calculating the antenna parameters by an approximate method is insufficient, it is recommended to apply a rigorous method – the integral equation. The singularities of solving integral equations with respect to the distribution of complex current on linear arbitrarily curved thin pin and loop antennas composed of rectilinear segments of conductors with an arbitrary number of concentrated complex loads and excitation nodes are studied. It is shown that the application of Fredholm integral equations of the first kind to the analysis of such antennas with allowance for the Pocklington integral equation makes it possible to expand the variety of variants of their configuration. However, such integral equations, as is well known, do not satisfy the condition for the correctness of the solution. This negative property leads to instability of the solution of the problem for the current by the integral equation method and to a decrease in the accuracy of calculation of the antenna parameters. To eliminate such a defect and to obtain a stable solution of the integral equation, a method is proposed for diagonalizing the matrix of the coefficients of the system of equations. To solve the problem of calculating such

antennas, *Distribution* software was proposed, with the help of which a number of calculations of various pin and loop bent antennas with loads were performed. Examples of calculation with the help of this computer program of the direct and inverse matrices of the system of algebraic equations are given and then the determination of the complex distribution of the current and the input resistance of the investigated antennas is given.

**Conclusion.** The type of antennas under investigation is expanded and the accuracy of calculations of their parameters is increased. It was noted that for the first time in the world practice the method of the integral equation for the calculation of such antennas was proposed and published, which outstripped the development time, the methods and computer programs proposed subsequently. The results of the calculations are consistent with the literature data and experimental results. Based on the studies of antennas by the integral equation method, new designs were developed, some of which were introduced into production and operation when installed on space vehicles and other objects.

**Key words:** *arbitrarily curved linear antenna, concentrated load and excitation node, equivalent long-line method, integral equation method for current on antenna, antenna from rectilinear segments of conductor, segment of antenna splitting.*

*В.В. Овсянников, Д.М. Свинарченко, О.Р. Безносова, Л.З. Цыпко*

Дніпропетровський національний університет імені О. Гончара  
72, просп. Гагаріна, Дніпро (Дніпропетровськ), 49010, Україна

#### МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЛІНІЙНИХ ДОВІЛЬНО ВИГНУТИХ АНТЕН З КОМПЛЕКСНИМИ ТА РЕАКТИВНИМИ НАВАНТАЖЕННЯМИ

**Предмет і мета роботи.** Досліджено методи розрахунків електричних характеристик дротяних довільно вигнутих антен мікрохвильового діапазону з метою розширення спектра їх різновидів і підвищення точності результатів розрахунків.

**Методи і методологія роботи.** Запропоновано методи та методологію досліджень довільно вигнутих дротяних штирьових і петльових антен з включеними в довірних точках зосередженими довірними навантаженнями і вузлами збудження. Наближений розрахунок подібних антен виконаний методом еквівалентної довгої лінії, строгий розрахунок – методом інтегрального рівняння щодо розподілу комплексного струму на антені.

**Результати роботи.** Запропоновано алгоритм поетапного розроблення довірливо вигнутих дротяних штирьових і петльових антен з включеними в довірних точках зосередженими навантаженнями і вузлами збудження. Для розрахунку подібних антен розроблено програмне середовище *Distribution*, в якому для отримання стійкого рішення застосований метод діагоналізації матриці коефіцієнтів рівнянь. Наведено приклади розрахунків прямої і оберненої матриць систем рівнянь, визначення комплексного розподілу струму і вхідного опору досліджуваних антен.

**Висновок.** За допомогою розробленого методу вдвічі розширено спектр модифікацій досліджуваних антен. Запропонований метод інтегрального рівняння для розрахунку розглянутих антен випередив за часом інші розробки, методи і комп'ютерні програми. На основі досліджень були розроблені нові конструкції, низку яких впроваджено у виробництво й експлуатацію на космічних апаратах та інших об'єктах.

**Ключові слова:** *довільно вигнута лінійна антена, зосереджене навантаження, вузол збудження, метод еквівалентної довгої лінії, метод інтегрального рівняння для струму на антені, антена з прямолінійних відрізків провідника, відрізок розбиття антени.*