

ISSN 1028-821X. Radiofiz. Electron. 2020. Vol. 25, No. 1: 70–79

DOI: <https://10.15407/rej2020.01.070>

УДК 621.373

PACS 41.60.Cr; 52.35.Mw

**А.В. Лысенко, Г.А. Алексеенко, Ю.Ю. Волк**

Сумской государственный университет

2, ул. Римского-Корсакова, Сумы, 40007, Украина

E-mail: lysenko\_@ukr.net

## **Влияние продольного электростатического поля на ширину спектра мультигармонической волны пространственного заряда в двухпоточковом супергетеродинном ЛСЭ с винтовым электронным пучком**

***Предмет и цель работы.** Предметом исследования являются спектральные характеристики волны пространственного заряда (ВПЗ), которая распространяется в двухпоточковом супергетеродинном лазере на свободных электронах (ДСЛСЭ) клистронного типа с винтовым релятивистским электронным пучком. Целью работы является теоретическое изучение влияния продольного электростатического поля на формирование мультигармонической ВПЗ в исследуемом устройстве.*

***Методы и методология работы.** В качестве исходных используем квазигидродинамическое уравнение, уравнение непрерывности и уравнения Максвелла. Для решения задачи движения и непрерывности применяем методы иерархического подхода к теории колебаний и волн, а именно модернизированный метод усредненных характеристик, для решения полевой задачи – метод медленно меняющихся амплитуд.*

***Результаты работы.** В кубическом нелинейном приближении получена система дифференциальных уравнений, описывающая динамику гармоник мультигармонической ВПЗ в пролетной секции ДСЛСЭ с продольным электростатическим полем. Изучен режим, при котором частота первой гармоники ВПЗ много меньше критической частоты двухпоточковой неустойчивости. Продемонстрировано, что в случае использования ускоряющего продольного электростатического поля увеличивается ширина частотного спектра. Показано, что тормозящее электростатическое поле позволяет получить мультигармонические ВПЗ с большей амплитудой и более узкими частотными спектрами. При этом продольные габариты пролетной секции уменьшаются. Выяснено, что использование продольного электростатического поля для управления шириной частотного спектра является более эффективным в винтовых электронных пучках, чем в прямолинейных пучках.*

***Заключение.** Предложено использовать продольное электростатическое поле в пролетной секции ДСЛСЭ для управления шириной частотного спектра волны пространственного заряда, уровнем амплитуд сигнала в мультигармонических двухпоточковых лазерах на свободных электронах клистронного типа с винтовым релятивистским электронным пучком. Ил. 4. Библиогр.: 14 назв.*

***Ключевые слова:** супергетеродинный лазер на свободных электронах, двухпоточковая неустойчивость, винтовой электронный пучок, трехволновой параметрический резонанс, продольное электростатическое поле.*

Двухпоточковые супергетеродинные лазеры на свободных электронах (ДСЛСЭ) [1–7] обладают рядом уникальных свойств. К числу основных достоинств таких лазеров можно отнести особую компактность и способность работать в режимах с чрезвычайно высоким уровнем усиления, возможность формировать мощный мультигармонический электромагнитный сиг-

нал с широким частотным спектром [1, 5–7]. Это обеспечивается за счет эффекта супергетеродинного усиления электромагнитных волн в плазме релятивистских электронных пучков [1–7]. Идея этого эффекта состоит в том, чтобы использовать эффект двухпоточковой неустойчивости, благодаря которому происходит усиление волны пространственного заряда (ВПЗ),

для дополнительного усиления поперечной электромагнитной волны сигнала. Параметрический механизм взаимодействия, который является основным для традиционных лазеров на свободных электронах, здесь используется практически только для передачи энергии от продольных электронных волн к поперечному электромагнитному сигналу.

Если частота ВПЗ меньше критической частоты двухпоточковой неустойчивости, то такая волна усиливается за счет такой неустойчивости и характеризуется линейной дисперсионной характеристикой. Линейность дисперсионной характеристики для ВПЗ, которая усиливается за счет двухпоточковой неустойчивости, имеет место как для прямолинейных, так и винтовых релятивистских электронных пучков (РЭП) [1, 5–13]. Благодаря этому свойству дисперсионной характеристики гармоники ВПЗ оказываются связанными друг с другом множеством трехволновых параметрических резонансов. Это приводит, с одной стороны, к интенсивному возбуждению высших гармоник, а с другой – к их усилению за счет двухпоточковой неустойчивости. Использование таких волн пространственного заряда в мультигармонических ДСЛСЭ позволяет формировать мощные мультигармонические электромагнитные волны с широким частотным спектром [1, 5–7].

Представленная работа посвящена исследованию механизмов управления шириной частотного спектра волн, формируемых в мультигармонических ДСЛСЭ, а именно влиянию продольного электростатического поля на формирование мультигармонической ВПЗ. Уникальность исследуемой ситуации состоит в том, что, несмотря на изменение продольной скорости двухскоростного РЭП под действием продольного электростатического поля, условия трехволнового параметрического взаимодействия между гармониками волны ВПЗ не нарушаются. Это обусловлено синхронностью изменения дисперсионных свойств гармоник ВПЗ из-за изменения скорости электронного пучка и линейностью их дисперсионных характеристик.

**1. Модель мультигармонического ДСЛСЭ клистронного типа с винтовым двухскоростным электронным пучком** представлена на рис. 1. Данное устройство состоит из трех

секций: секции модуляции I, пролетной секции II и оконечной секции III. Вдоль оси системы  $Z$  направлено фокусирующее магнитное поле. Винтовой двухскоростной РЭП 2 движется вдоль оси  $Z$  устройства и последовательно проходит через все секции. Пучок состоит из двух парциальных взаимно-проникающих винтовых электронных потоков с близкими по значению парциальными релятивистскими скоростями  $v_1, v_2$  ( $v_1 - v_2 \ll v_1, v_2$ ). Скорости электронов этих пучков направлены под углом  $\alpha$  по отношению к фокусирующему магнитному полю. Плазменные частоты парциальных электронных пучков принимаем одинаковыми:  $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$ . Считаем, что в поперечной плоскости пучок является однородным; собственными статическими полями пучка, столкновениями электронов можно пренебречь. Рассматриваем модель, в которой разность парциальных скоростей пучка  $v_1 - v_2$  превышает тепловой разброс электронов по скоростям; тепловой разброс электронов по скоростям не учитываем.

На вход секции модуляции I, в которой создается периодически-реверсивное поперечное циркулярно-поляризованное  $H$ -убитронное магнитное поле 3, подается монохроматический электромагнитный сигнал  $I$  с частотой  $\omega_{1,1}$ . Основным назначением секции модуляции I является возбуждение в объеме винтового двухскоростного РЭП волны пространственного заряда. В результате трехволнового параметрического резонанса монохроматической волны сигнала с монохроматическим магнитным полем накачки в двухскоростном электронном пучке 2 возбуждается ВПЗ с частотой  $\omega_{3,1} = \omega_{1,1}$  и волновым числом  $k_{3,1}$  первой гармоники. Далее промодулированный электронный пучок входит в пролетную секцию II, электромагнитная же волна сигнала на входе в эту секцию поглощается. Основным назначением пролетной секции II является усиление и интенсивное возбуждение высших гармоник ВПЗ. Отметим, что возбуждение и усиление высших гармоник происходит как за счет множественных трехволновых резонансных взаимодействий гармоник ВПЗ, так и двухпоточковой неустойчивости. Для эффективного возбуждения высших гармоник ВПЗ частоту первой гармоники ВПЗ  $\omega_{3,1}$  выбираем мно-

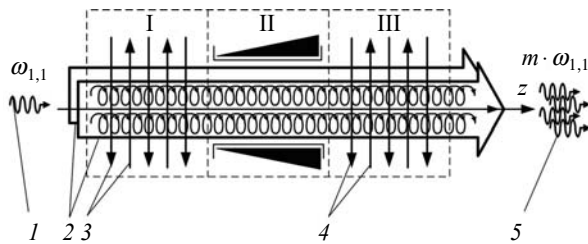


Рис. 1. Схема мультигармонического  $H$ -убитронного ДСЛСЭ клистронного типа

го меньшей критической частоты двухпоточковой неустойчивости  $\omega_{cr}$ . Отметим, что в данном случае инкремент нарастания гармоник ВПЗ будет увеличиваться с увеличением номера гармоники вплоть до оптимальной частоты  $\omega_{opt} = \sqrt{3/8} \cdot \omega_{cr}$ , которая соответствует максимальному инкременту нарастания.

Дисперсионная зависимость гармоник ВПЗ, частоты которых меньше критической частоты  $\omega_{cr}$ , является линейной [1, 5–7]. Это значит, что частота и волновое число любой  $m$ -й гармоники, частота которой меньше критической, удовлетворяют соотношениям [1, 5–7]:

$$\omega_{3,m} = m \cdot \omega_{3,1}, \quad k_{3,m} = m \cdot k_{3,1}, \quad (1)$$

где  $m$  – номер соответствующей гармоники. Поэтому, чтобы  $m_1$ -я,  $m_2$ -я и  $m_3$ -я гармоники ВПЗ удовлетворяли условиям трехволнового параметрического резонанса

$$\omega_{3,m_1} = \omega_{3,m_2} + \omega_{3,m_3}, \quad k_{3,m_1} = k_{3,m_2} + k_{3,m_3}, \quad (2)$$

их номера должны быть связаны соотношением

$$m_1 = m_2 + m_3. \quad (3)$$

Этому условию удовлетворяют множество гармоник. О таких резонансных взаимодействиях говорят как о множественных [1, 5–9]. Благодаря таким множественным резонансам в пролетной секции II становится возможным формирование ВПЗ с широким частотным спектром и аномальным участком, в котором более высокие гармоники имеют более высокие амплитуды.

В пролетной секции II создано продольное однородное электростатическое поле  $E_0$ , которое может быть как тормозящим, так и ускоряющим. Как будет показано далее, такое поле оказывает существенное влияние на ширину частотного спектра мультигармонической ВПЗ, на уровень и длину ее насыщения.

После прохождения пролетной секции II винтовой РЭП, в котором возбуждены высшие гармоники ВПЗ, направляют на вход оконечной секции III. Основным предназначением оконечной секции III является преобразование мультигармонической ВПЗ в мощную мультигармоническую электромагнитную волну сигнала 5. Это происходит благодаря множественным параметрическим резонансным взаимодействиям между мультигармонической ВПЗ, мультигармоническим поперечным  $H$ -убитронным магнитным полем накачки 4 секции III и мультигармоническим поперечным электромагнитным полем сигнала 5. По сути, здесь происходит обратное преобразование энергии мультигармонической ВПЗ в энергию мультигармонического электромагнитного сигнала.

Меняя параметры полей накачки, продольного электростатического поля, частоту первой гармоники входного сигнала, длину пролетной секции и угол влета РЭП, можно управлять формой спектра ВПЗ и, в конечном счете, формой спектра мощного мультигармонического электромагнитного сигнала на выходе ДСЛСЭ (в частности, создавать ультракороткий кластер электромагнитного поля [1, 5]).

Волна пространственного заряда, состоящая из многих гармоник, которые возникают благодаря множественным трехволновым параметрическим резонансным взаимодействиям и двухпоточковой неустойчивости, является источником мультигармонических волн в исследуемом ДСЛСЭ. Процессы генерации высших гармоник такой мультигармонической ВПЗ происходят во всех секциях исследуемого устройства. Особенно ярко эти процессы выражены в пролетной секции, поэтому именно в ней удобно осуществлять управление спектром мультигармонической волны ВПЗ под действием продольного электростатического поля. По этой причине далее рассмотрим влияние продольного электростатического поля на спектральные характеристики мультигармонической ВПЗ в пролетной секции II. При этом отметим, что, несмотря на то, что изменение продольной скорости двухскоростного РЭП влияет на длину волны, а значит, и волновые числа гармоник ВПЗ, условия множественных резонансных взаимодействий между гармониками ВПЗ не нарушаются, так как та-

кие изменения происходят для всех гармоник согласованно.

**2. Основные уравнения.** В качестве исходных используем квазигидродинамическое уравнение, уравнение непрерывности и уравнения Максвелла. К этим уравнениям применяем методы иерархической теории колебаний и волн [1]. В рамках данного подхода применяем модернизированный метод усредненных характеристик [14]. Учитываем, что в пролетной секции исследуемой системы имеют место множественные параметрические резонансные взаимодействия между гармониками ВПЗ (3), поэтому волну ВПЗ считаем мультигармонической. Результирующая напряженность электрического поля имеет вид:

$$\vec{E}_3 = E_0 \vec{e}_z + \sum_{m=1}^N \left[ E_{3,m} \exp(ip_{3,m}) + c.c. \right] \vec{e}_z, \quad (4)$$

где  $E_{3,m}$  и  $p_{3,m} = \omega_{3,m}t - k_{3,m}z$  – комплексная амплитуда и фаза  $m$ -й гармоники волны ВПЗ;  $N$  – количество гармоник, учитываемых при решении задачи. Задачу движения и уравнение непрерывности решаем с помощью модернизированного метода усредненных характеристик [14], задачу о возбуждении электромагнитного поля – с помощью метода медленно меняющихся амплитуд. В результате математических преобразований (подобные преобразования описаны в работе [5]) получаем систему самосогласованных нелинейных дифференциальных уравнений для комплексных амплитуд гармоник напряженности электрического поля нарастающей ВПЗ в нелинейном кубическом приближении:

$$C_{2,m} \frac{d^2 E_{3,m}}{dz^2} + C_{1,m} \frac{d E_{3,m}}{dz} + D_m E_{3,m} = C_{3,m} \times \left\langle E_3 \sum_{m'=1}^N \left[ E_{3,m'} \exp(ip_{3,m'}) / (im') + c.c. \right] \right\rangle_{p_m} + F_m. \quad (5)$$

В уравнении (5)

$$D_m \equiv -ik_{3,m} \left( 1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_{p,q}^2}{(\omega_{3,m} - k_{3,m}v_{qz})^2 \gamma_q^3} \right) - \quad (6)$$

дисперсионная функция волны пространственного заряда, которая распространяется в винто-

вом РЭП;

$$\langle \dots \rangle_{p_{3,m}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \exp(-ip_{3,m})) dp_{3,m},$$

$$C_{2,m} = \partial^2 D_m / \partial (-ik_{3,m})^2 / 2,$$

$$C_{1,m} = \partial D_m / \partial (-ik_{3,m}),$$

$$C_{3,m} = \sum_{q=1}^2 \frac{3e\omega_{p,q}^2 k_{3,1}}{im(\omega_{3,1} - k_{3,1}v_{qz})^3 v_{qz} \gamma_q^4 m_e} \times$$

$$\times \left[ \frac{\omega_{3,1}}{(\omega_{3,1} - k_{3,1}v_{qz}) \gamma_q^2} - 1 \right] - \text{коэффициенты диф-}$$

ференциального уравнения (5), которые зависят от частот, волновых чисел и параметров системы;  $F_m$  – функции, учитывающие кубические нелинейные добавки и зависящие от напряженностей электрических полей гармоник взаимодействующих волн;  $\gamma_q = 1 / \sqrt{1 - (v_q/c)^2}$  и  $v_q$  – релятивистский фактор и скорость  $q$ -го частичного пучка ( $q = 1, 2$ );  $c$  – скорость света;  $e$  и  $m_e$  – заряд и масса электрона соответственно. Отметим, что система (5) учитывает как усиление за счет двухпотоковой неустойчивости, так и множественные резонансные взаимодействия между гармониками ВПЗ.

Коэффициенты системы (5) также зависят от постоянных составляющих продольной скорости и концентраций частичных пучков, которые меняются в процессе нелинейного взаимодействия. Поэтому систему уравнений (5) дополним уравнениями для постоянных составляющих:

$$\begin{aligned} \frac{dv_{qz}}{dz} &= V_{qz}(E_3, v_{qz}, \gamma_q, n_q), \\ \frac{dn_q}{dz} &= N_q(E_3, v_{qz}, \gamma_q, n_q). \end{aligned} \quad (7)$$

Функции  $V_{qz}$ ,  $N_q$  содержат кубически-нелинейные слагаемые. Получение этих функций описано в работе [5]. Система уравнений (5), (7) позволяет исследовать влияние продольного электростатического поля на динамику ВПЗ в пролетной секции ДСЛЭС клистронного типа с винтовым РЭП в кубически-нелинейном приближении.

В работе рассматриваем ситуацию, когда на вход исследуемой системы подается ВПЗ, содержащая только одну гармонику. Тогда на на-

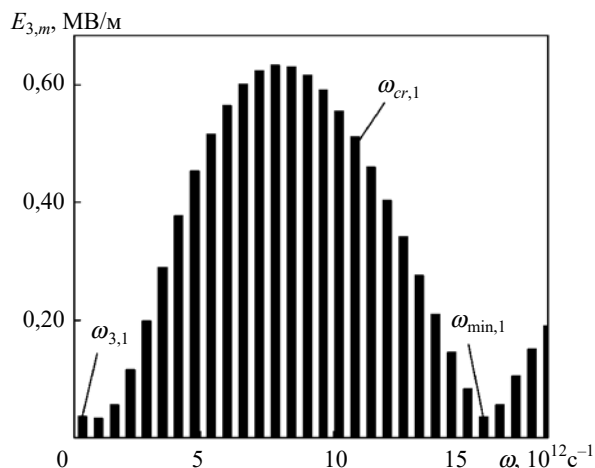


Рис. 2. Зависимость амплитуд гармоник  $E_m$  ВПЗ от частоты  $\omega$  для двухскоростного РЭП при отсутствии продольного электростатического поля  $E_0$  ( $z_1 = 79$  см)

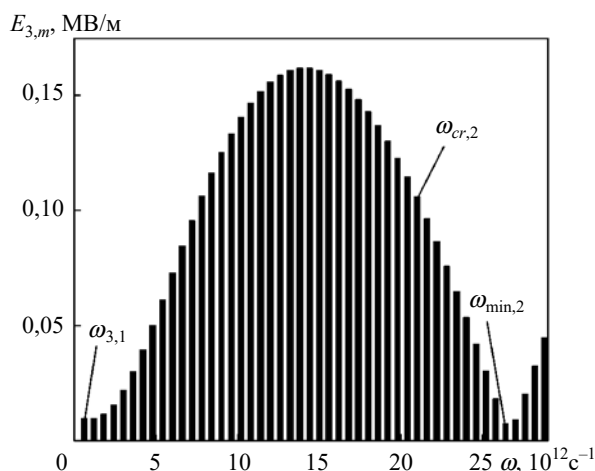


Рис. 3. Зависимость амплитуд гармоник  $E_m$  ВПЗ от частоты  $\omega$  для двухскоростного РЭП при наличии ускоряющего продольного электростатического поля  $E_0 = 3,0 \cdot 10^5$  В/м ( $z_2 = 114$  см)

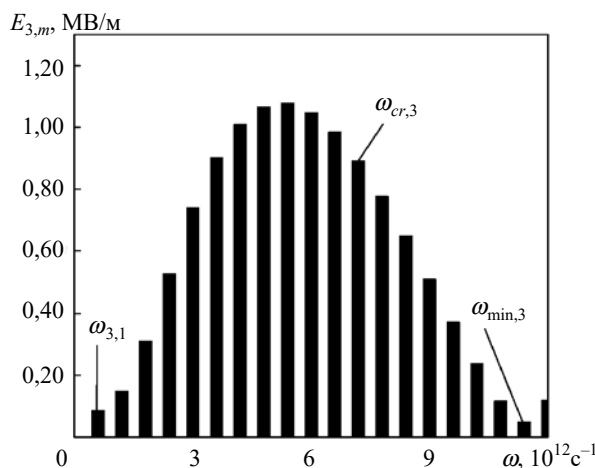


Рис. 4. Зависимость амплитуд гармоник  $E_m$  ВПЗ от частоты  $\omega$  для двухскоростного РЭП при наличии тормозящего продольного электростатического поля  $E_0 = 3,0 \cdot 10^5$  В/м ( $z_2 = 63,5$  см)

чальном этапе динамики волн реализуется когерентный режим взаимодействия. В этом случае благодаря описанным выше множественным трехволновым параметрическим резонансам происходит возбуждение высших гармоник волны ВПЗ, а также их нарастание вследствие двухпотоковой неустойчивости. При превышении уровня амплитуд гармоник выше некоторого критического значения когерентный режим взаимодействия нарушается, и возникают хаотические колебания. Режим хаотических колебаний в представленной работе не исследуется.

**3. Анализ динамики мультигармонической ВПЗ.** Проведем численный анализ динамики мультигармонической ВПЗ в пролетной секции ДСЛСЭ клистронного типа с винтовыми РЭП со следующими параметрами: ленгмюровская частота пучков  $\omega_{p1} = \omega_{p2} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$ ; средний релятивистский фактор двухскоростного пучка  $\gamma_0 = (\gamma_1 + \gamma_2) / 2 = 4,5$ ; разность релятивистских факторов парциальных электронных пучков  $\Delta\gamma = \gamma_1 - \gamma_2 = 0,6$ ; количество гармоник, учитываемых при решении задачи,  $N = 50$ ; угол влета пучка относительно фокусирующего магнитного поля  $\alpha = 20^\circ$ . На вход пролетной секции поступает ВПЗ с частотой первой гармоники  $\omega_{3,1} = 0,6 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ , которая много меньше критической частоты двухпотоковой неустойчивости  $\omega_{cr} = 6,35 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ . Для решения системы уравнений (5), (7) используем стандартные численные методы.

Проведем анализ влияния продольного электростатического поля  $E_0$  на формирование мультигармонической ВПЗ в таком приборе. Поле  $E_0$  может быть как тормозящим, так и ускоряющим. На рис. 2–4 представлены частотные спектры ВПЗ после прохождения пролетной секции для случаев: без электростатического поля  $E_0$  (рис. 2), с ускоряющим электростатическим полем  $E_0$  (рис. 3), с тормозящим электростатическим полем  $E_0$  (рис. 4). Так как частота первой гармоники ВПЗ меньше критической частоты двухпотоковой неустойчивости, то во всех трех случаях формируется мультигармоническая ВПЗ с широким частотным спектром. Напряженность электростатического поля выбираем  $E_0 = 3,0 \cdot 10^5$  В/м.

На рис. 2 изображен спектр мультигармонической ВПЗ, когда в пролетной секции отсутствует продольное электростатическое поле

$E_0$ . Ширина такого спектра  $\omega_{\min,1} - \omega_{3,1} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$  (26 гармоник), уровень насыщения 0,6 МВ/м. Спектр построен в точке с координатой  $z_1 = 79 \text{ см}$ .

Спектр ВПЗ после прохождения пролетной секции с ускоряющим продольным электростатическим полем  $E_0$  представлен на рис. 3. В этом случае ширина спектра  $\omega_{\min,2} - \omega_{3,1} = 2,58 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$  увеличивается в 1,72 раза (44 гармоники) по сравнению с ситуацией, представленной на рис. 2. Длина насыщения увеличивается в 1,44 раза, и насыщение имеет место в окрестности  $z_2 = 114 \text{ см}$ ; максимальная амплитуда 0,16 МВ/м. Таким образом, ускоряющее электростатическое поле может существенно увеличить ширину частотного спектра ВПЗ, но при этом такая мультигармоническая ВПЗ характеризуется меньшими амплитудами. Следовательно, в мультигармонических ДСЛСЭ с винтовым пучком, основным предназначением которых является формирование электромагнитных волн с максимально широким частотным спектром, целесообразно использовать продольное ускоряющее электростатическое поле для увеличения ширины частотного спектра.

На рис. 4 представлен спектр ВПЗ после прохождения пролетной секции с тормозящим электростатическим полем  $E_0$ . Из рисунка следует, что ширина спектра  $\omega_{\min,3} - \omega_{3,1} = 1,08 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$  (19 гармоник) уменьшилась в 1,38 раза по сравнению с рис. 2 (поле  $E_0 = 0$ ). Уровень максимальной амплитуды ВПЗ 1,08 МВ/м увеличивается в 1,7 раза, а длина насыщения уменьшается в 1,25 раза; насыщение имеет место в окрестности  $z_3 = 63 \text{ см}$ . Следовательно, за счет тормозящего поля в пролетной секции можно получить более мощную ВПЗ по сравнению с пролетной секцией без продольного электростатического поля (рис. 2). При этом продольные габариты пролетной секции уменьшаются. В этом случае ширина спектра будет меньше. Таким образом, в ДСЛСЭ с винтовым РЭП, предназначенных для формирования электромагнитного излучения с максимальной амплитудой, наиболее эффективно использование тормозящего электростатического поля.

Поведем анализ причины влияния продольного электростатического поля (рис. 3 и 4) на ширину частотного спектра ВПЗ в пролет-

ной секции ДСЛСЭ. Как было сказано ранее, в пролетной секции ДСЛСЭ возникают множественные параметрические взаимодействия между гармониками ВПЗ, которые усиливаются за счет двухпотоковой неустойчивости. Определяющую роль в этих процессах играет именно двухпотоковая неустойчивость. Поэтому можем предположить, что спектр гармоник будет определяться зависимостью инкремента двухпотоковой неустойчивости от частоты.

Используя дисперсионное уравнение волны пространственного заряда ( $D_m(\omega_{3,m}, k_{3,m}) = 0$ , где  $D_m$  – дисперсионная функция (6)), можем найти приближенное аналитическое решение для инкремента двухпотоковой неустойчивости в винтовом РЭП аналогично, как и для случая прямолинейного пучка (см., например, [1–3]). Решение ищем в виде

$$k_{3,m} = \omega_{3,m} / v_{0z} + i\Gamma_m, \quad (8)$$

где  $v_{0z} = (v_{1z} + v_{2z}) / 2$ ;  $i\Gamma_m$  – нелинейное слагаемое волнового числа ВПЗ. Подставляем (8) в уравнение  $D_m(\omega_{3,m}, k_{3,m}) = 0$ , преобразуем полученное соотношение к биквадратному уравнению и находим выражение для нелинейного слагаемого волнового числа ВПЗ:

$$i\Gamma_m = \pm \frac{\omega_p}{v_{0z}} \sqrt{\frac{1 - (v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} \times \left\{ 1 + \frac{\omega_{3,m}^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 (1 - (v_{0z}/c)^2)} \right\} \pm \sqrt{1 + \frac{4\omega_{3,m}^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 (1 - (v_{0z}/c)^2)}}. \quad (9)$$

В формуле (9)  $v_0 = (v_1 + v_2) / 2$  – средняя скорость двухскоростного электронного пучка,

$$\delta = \frac{v_{z1} - v_{z2}}{v_{z1} + v_{z2}} = \frac{v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \alpha}{v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \alpha} = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2}. \quad (10)$$

Соотношение (9) получено при условиях:

$$|v_{0z} \Gamma_m / \omega_p| \ll 1, \quad |\omega_{3,m} \delta / \omega_p| \ll 1, \quad (\omega_{3,m} - k_{3,m} v_{1z}) \neq 0, \quad (\omega_{3,m} - k_{3,m} v_{2z}) \neq 0. \quad (11)$$

Выражение (9) описывает нелинейное слагаемое волнового числа для четырех типов волн – быстрой, медленной, нарастающей и затухающей. Если разность скоростей парциальных пучков стремится к нулю  $\Delta v = v_1 - v_2 = 2v_0\delta \rightarrow 0$  (двухскоростной пучок превращается в односкоростной), то из (9) получаем два значения  $i\Gamma_m = \pm\sqrt{2\omega_p}\sqrt{(1-(v_{0z}/c)^2)/(v_{0z}^2\gamma_0)}$ , которые соответствуют быстрой и медленной волнам односкоростного винтового пучка. Два других значения  $i\Gamma_m = \pm 0$  следует отбросить, так как они не удовлетворяют условию (11); при этом  $(\omega_{3,m} - k_{3,m}v_{qz}) = 0$ .

Далее рассматриваем случай  $\Delta v = v_1 - v_2 \neq 0$ . Из соотношения (9) следует, что если частота волны ВПЗ  $\omega_{3,m}$  будет меньше критической частоты винтового двухскоростного электронного пучка

$$\omega_{cr} = \frac{\sqrt{2}\omega_p}{\delta} \sqrt{\frac{1-(v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} = \frac{2\sqrt{2}\omega_p\gamma_0\sqrt{1+\gamma_0^2(v_0/c)^2\sin^2\alpha}}{\Delta\gamma}, \quad (12)$$

то две из четырех волн будут характеризоваться комплексным волновым числом  $k$  ( $i\Gamma_m$  имеет мнимое значение). Одна из этих волн будет экспоненциально нарастать (нарастающая волна). Для нее величина  $\Gamma_m$  имеет физический смысл инкремента нарастания. Другая волна будет экспоненциально затухать (затухающая волна). Так как амплитуда затухающей волны быстро уменьшается, то эту волну далее не учитываем. Используя (9), несложно найти максимальное значение инкремента нарастания

$$\Gamma(\omega_{opt}) = \frac{\omega_p}{2v_{0z}} \sqrt{\frac{1-(v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} = \frac{\omega_p\sqrt{1+\gamma_0^2(v_0/c)^2\sin^2\alpha}}{2v_0\gamma_0^{3/2}\cos\alpha}, \quad (13)$$

которое достигается при частоте  $\omega_{opt} = \omega_{cr}\sqrt{3/8}$  ( $\omega_{opt}$  – оптимальная частота).

Анализируя формулы (12) и (13), следует отметить следующее. Воздействие продольного электростатического поля  $E_0$  приводит к изменению среднего релятивистского фактора  $\gamma_0$ .

При этом остальные величины, которые входят в формулы (12) и (13), практически не меняются. Действительно, средняя скорость  $v_0$  не будет существенно изменяться, так как ее значение близко к скорости света. Разность релятивистских факторов также останется практически неизменной, так как под действием однородного электростатического поля  $E_0$  ускоряются (тормозятся) оба парциальных пучка одинаково. Таким образом, ширина частотного спектра волн ВПЗ, которая определяется частотой первой гармоники и критической частотой двухпотоковой неустойчивости, как следует из соотношения (12), будет зависеть от продольного электростатического поля через значение среднего релятивистского фактора  $\gamma_0$ . Уровень амплитуд гармоник такого спектра, как следует из (13), также будет определяться средним значением релятивистского фактора  $\gamma_0$ .

В случае ускоряющего поля  $E_0$  релятивистский фактор  $\gamma_0$  будет увеличиваться. Тогда, как это следует из соотношений (12), (13), инкремент  $\Gamma(\omega_{opt})$  уменьшится, а критическая частота  $\omega_{cr}$  увеличится. Это приведет к увеличению ширины частотного спектра (частотный спектр определяется разностью между критической частотой и частотой первой гармоники) и уменьшению уровня насыщения. При этом длина насыщения также увеличится. Данный вывод полностью коррелирует с результатами, представленными на рис. 3. Таким образом, используя продольное электростатическое поле в пролетной секции ДСЛСЭ клистронного типа с винтовым РЭП, можно управлять спектральными параметрами мультигармонической ВПЗ.

В случае тормозящего поля  $E_0$  релятивистский фактор  $\gamma_0$  будет уменьшаться. Тогда, как это следует из соотношений (12), (13), при тормозящем поле  $E_0$  максимальный инкремент  $\Gamma(\omega_{opt})$  будет увеличиваться, а критическая частота двухпотоковой неустойчивости  $\omega_{cr}$  – уменьшаться. Это приведет к уменьшению ширины частотного спектра. Так как инкремент  $\Gamma$  будет увеличиваться, то и уровень насыщения будет увеличиваться, а длина насыщения – уменьшаться. Данный вывод полностью коррелирует с результатами, представленными на рис. 4.

Также из соотношений (12) и (13) следует, что при увеличении угла влета от  $\alpha = 0^\circ$  до  $\alpha = 20^\circ$  инкремент  $\Gamma(\omega_{opt})$  увеличивается в

1,84 раза, а критическая частота – в 1,81 раза. Таким образом, увеличивая угол влета РЭП, можно увеличить ширину частотного спектра и уменьшить длину формирования спектра. В винтовых электронных пучках использование продольного электростатического поля для управления шириной частотного спектра будет более эффективным, чем в прямолинейных.

Основное предназначение вышеописанной системы состоит в создании электромагнитных сигналов с широким частотным спектром. Ширина частотного спектра  $\Delta\omega$ , полученного в исследуемой системе, определяется разностью между критической частотой двухпотоковой неустойчивости  $\omega_{cr}$  и частотой первой гармоники  $\omega_{3,1}$  ( $\Delta\omega \sim \omega_{cr} - \omega_{3,1}$ ). Как известно, критическая частота двухпотоковой неустойчивости  $\omega_{cr}$  обратно пропорциональна разности парциальных релятивистских факторов ( $\omega_{cr} \sim 1/\Delta\gamma$ ) [1–4]. Поэтому для формирования широкого частотного спектра следует использовать двухскоростные пучки с малыми парциальными релятивистскими факторами  $\Delta\gamma$ . С другой стороны, уровень мощности формируемого сигнала прямо пропорционален разности парциальных релятивистских факторов  $\sim \Delta\gamma$ , и поэтому КПД таких систем будет достаточно низким.

**Выводы.** В рамках кубически-нелинейного приближения проанализировано влияние продольного электростатического поля на спектральные характеристики мультигармонической ВПЗ в пролетной секции ДСЛСЭ клистронного типа с винтовым РЭП.

Показано, что тормозящее электростатическое поле увеличивает уровень насыщения почти в 2 раза и уменьшает ширину частотного спектра мультигармонической ВПЗ. Также происходит уменьшение длины насыщения, что приводит к уменьшению продольных габаритов исследуемого устройства. Предложено использовать тормозящее электростатическое поле в ДСЛСЭ, работающих в режиме максимального усиления, так как такое поле позволяет получить на выходе более мощные электромагнитные волны с лучшей степенью монохроматичности.

Также выяснено, что ускоряющее продольное электростатическое поле значительно увеличивает ширину частотного спектра мультигармонической ВПЗ.

Предложено использовать ускоряющее продольное электростатическое поле в мультигармонических ДСЛСЭ, основное предназначение которых заключается в формировании электромагнитного сигнала с максимально широким частотным спектром.

Использование винтовых пучков вместо прямолинейных в ДСЛСЭ клистронного типа (как с ускоряющим, так и с тормозящим электростатическим полем) приводит к увеличению ширины частотного спектра и уменьшению длины насыщения мультигармонической ВПЗ. Таким образом, использование винтового пучка в мультигармоническом ДСЛСЭ позволяет получить ВПЗ с большей шириной спектра при меньших габаритах устройства.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Kulish V.V. *Hierarchical Electrodynamics and Free Electron Lasers: Concepts, Calculations, and Practical Applications*. CRC Press, 2011. 697 p.
2. Bekefi G., Jacobs K.D. Two-stream, free-electron lasers. *J. Appl. Phys.* 1982. Vol. 53, Iss. 6. P. 4113–4121. DOI: 10.1063/1.331278
3. Botton M., Ron A. Gain enhancement in a free electron laser by two-stream instability. *J. Appl. Phys.* 1990. Vol. 67, Iss. 10. P. 6583–6585. DOI: 10.1063/1.345091.
4. Wilhelmsson H. Double beam free electron laser. *Phys. Scr.* 1991. Vol. 44, Iss. 6. P. 603–605. DOI: 10.1088/0031-8949/44/6/017.
5. Kulish V.V., Lysenko A.V., Koval V.V., Rombovsky M.Yu., Volk I.I. Forming of ultrashort electromagnetic clusters by two-stream superheterodyne free electron lasers. *Acta Phys. Pol. A.* 2017. Vol. 131, Iss. 2. P. 213–221. DOI: 10.12693/APhysPolA.131.213.
6. Lysenko A., Volk I., Serozhko A., Rybalko O. Forming of space charge wave with broad frequency spectrum in helical relativistic two-stream electron beam. *Chin. Phys. Lett.* 2017. Vol. 34, Iss. 7. P. 075202(5). DOI: 10.1088/0256-307X/34/7/075202.
7. Lysenko A., Volk I. Influence of Two-Stream Relativistic Electron Beam Parameters on the Space Charge Wave with Broad Frequency Spectrum Forming. *Plasma Sci. Technol.* 2018. Vol. 20, Iss. 3. P. 035002(9). DOI: 10.1088/2058-6272/aaa358.
8. Liu W., Yang Z., Liang Z. Instability of two-stream free-electron laser with an axial guiding magnetic field. *Int. J. Infrared Millimeter Waves.* 2006. Vol. 27, Iss. 8. P. 1073–1085. DOI: 10.1007/s10762-006-9095-6.



9. Mohsenpour T., Mehrabi N. Instability of wave modes in a two-stream free-electron laser with a helical wiggler and an axial magnetic field. *Phys. Plasmas*. 2013. Vol. 20, Iss. 8. P. 082133(7). DOI: 10.1063/1.4817822.
10. Mohsenpour T., Rezaee Rami O.K. Self-field effects on instability of wave modes in a two-stream free-electron laser with an axial magnetic field. *Phys. Plasmas*. 2014. Vol. 21, N 7. P. 072113(7). DOI: 10.1063/1.4889870.
11. Bakhtiari F., Esmailzadeh M., Ghafary B. Terahertz radiation with high power and high efficiency in a magnetized plasma. *Phys. Plasmas*. 2017. Vol. 24, Iss 7. P. 73112. DOI: 10.1063/1.4991395.
12. Mahdizadeh N. Saturation mechanism in a two-stream free-electron laser. *J. Plasma Phys.* 2015. Vol. 81, Iss. 6. P. 905810612(16). DOI: 10.1017/S0022377815001427.
13. Mahdizadeh N. Efficiency enhancement in a two-stream free electron laser with a helical wiggler. *Optik*. 2019. Vol. 182. P. 1170–1175. DOI: 10.1016/j.ijleo.2019.01.112.
14. Лисенко О.В., Олексиенко Г.А., Феденко М.О. Застосування модернізованого методу усереднених характеристик в задачах теорії плазмово-пучкових супергетеродинних лазерів на вільних електронах. *Журн. нано- та електронної фізики*. 2015. Т. 7, № 4. С. 04083(8).

Стаття надійшла 02.05.2019

#### REFERENCES

1. Kulish, V.V., 2011. *Hierarchical Electrodynamics and Free Electron Lasers: Concepts, Calculations, and Practical Applications*. CRC Press.
2. Bekefi, G., Jacobs, K.D., 1982. Two-stream, free-electron lasers. *J. Appl. Phys.*, **53**(6), pp. 4113–4121. DOI: 10.1063/1.331278.
3. Botton, M., Ron, A., 1990. Gain enhancement in a free electron laser by two-stream instability. *J. Appl. Phys.*, **67**(10), pp. 6583–6585. DOI: 10.1063/1.345091.
4. Wilhelmsson, H., 1991. Double beam free electron laser. *Phys. Scr.*, **44**(6), pp. 603–605. DOI: 10.1088/0031-8949/44/6/017.
5. Kulish, V.V., Lysenko, A.V., Koval, V.V., Rombovsky, M.Yu., Volk, I.I., 2017. Forming of ultrashort electromagnetic clusters by two-stream superheterodyne free electron lasers. *Acta Phys. Pol. A*, **131**(2), pp. 213–221. DOI: 10.12693/APhysPolA.131.213.
6. Lysenko, A., Volk, I., Serozhko, A., Rybalko, O., 2017. Forming of space charge wave with broad frequency spectrum in helical relativistic two-stream electron beam. *Chin. Phys. Lett.*, **34**(7), pp. 075202(5). DOI: 10.1088/0256-307X/34/7/075202.
7. Lysenko, A., Volk, I., 2018. Influence of Two-Stream Relativistic Electron Beam Parameters on the Space Charge Wave with Broad Frequency Spectrum Forming. *Plasma Sci. Technol.*, **20**(3), pp. 035002(9). DOI: 10.1088/2058-6272/aaa358.
8. Liu, W., Yang, Z., Liang, Z., 2006. Instability of two-stream free-electron laser with an axial guiding magnetic field. *Int. J. Infrared Millimeter Waves*, **27**(8), pp. 1073–1085. DOI: 10.1007/s10762-006-9095-6.
9. Mohsenpour, T., Mehrabi, N., 2013. Instability of wave modes in a two-stream free-electron laser with a helical wiggler and an axial magnetic field. *Phys. Plasmas*, **20**(8), pp. 082133(7). DOI: 10.1063/1.4817822.
10. Mohsenpour, T., Rezaee Rami, O.K., 2014. Self-field effects on instability of wave modes in a two-stream free-electron laser with an axial magnetic field. *Phys Plasmas*, **21**(7), pp. 072113(7). DOI: 10.1063/1.4889870.
11. Bakhtiari, F., Esmailzadeh, M., Ghafary, B., 2017. Terahertz radiation with high power and high efficiency in a magnetized plasma. *Phys. Plasmas*, **24**(7), pp. 73112. DOI: 10.1063/1.4991395.
12. Mahdizadeh, N., 2015. Saturation mechanism in a two-stream free-electron laser. *J. Plasma Phys.*, **81**(6), pp. 905810612(16). DOI: 10.1017/S0022377815001427.
13. Mahdizadeh, N., 2019. Efficiency enhancement in a two-stream free electron laser with a helical wiggler. *Optik*, **182**, pp. 1170–1175. DOI: 10.1016/j.ijleo.2019.01.112.
14. Lysenko, A.V., Oleksiienko, G.A., Fedenko, M.O., 2015. Application of the Modernized Method of Averaged Characteristics in Theory Problems of Plasma-beam Superheterodyne Free Electron Lasers. *J. Nano- Electron. Phys.*, **7**(4), pp. 04083(8) (in Ukrainian).

Received 02.05.2019

A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko, Yu.Yu. Volk

Sumy State University  
2, Rymsky-Korsakov St., Sumy, 40007, Ukraine

#### LONGITUDINAL ELECTROSTATIC FIELD EFFECT ON WIDTH OF MULTIHARMONIC SPACE-CHARGE WAVE FREQUENCY SPECTRUM IN TWO-STREAM SUPERHETERODYNE FEL WITH A HELICAL ELECTRON BEAM

**Subject and Purpose.** The research subject is spectral characteristics of the space-charge wave propagating in klystron-type two-stream superheterodyne free-electron laser (TSFEL) with a helical relativistic electron beam. The aim is to theoretically investigate the longitudinal electrostatic field action on the multiharmonic space-charge wave forming in the device under study.

**Methods and Methodology.** We proceed from the quasi-hydrodynamical equation, continuity equation, and Maxwell's equations. Methods of hierarchical approach to the theory of oscillations and waves, namely the modernized method of averaged characteristics, are employed to solve the problems of motion and continuity. The method of slowly varying amplitudes is used to solve the field problem.

**Results.** A differential equation system has been obtained in cubical non-linear approximation, describing the dynamics of multiharmonic space-charge wave harmonics in the TSFEL transit section in the presence of a longitudinal electrostatic field.

A regime has been studied where the frequency of the first-order space-charge wave harmonic is much less than the critical frequency of the two-stream instability. It has been demonstrated that the accelerating longitudinal electrostatic field application broadens the frequency spectrum. In the decelerating electrostatic field, the multiharmonic space-charge waves have higher amplitudes and narrower frequency spectra. The transit section length decreases then. It has been revealed that the longitudinal electrostatic field application for controlling the frequency spectrum width is more effective with helical electron beams than with straight ones.

**Conclusion.** We propose to use a longitudinal electrostatic field in the TSFEL transit section for controlling the width of space-charge wave frequency spectrum and the level of output signal amplitudes in multiharmonic two-stream free-electron lasers of klystron type with a helical relativistic electron beam.

**Key words:** superheterodyne free-electron laser, two-stream instability, helical electron beam, three-wave parametric resonance, longitudinal electrostatic field.

О.В. Лисенко, Г.А. Олексієнко, Ю.Ю. Волк

Сумський державний університет

2, вул. Римського-Корсакова, Суми, 40007, Україна

#### ВПЛИВ ПОЗДОВЖНЬОГО ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ НА ШИРИНУ СПЕКТРА МУЛЬТИГАРМОНІЧНОЇ ХВИЛІ ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ У ДВОПОТОКОВОМУ СУПЕРГЕТЕРОДИННОМУ ЛВЕ З ГВИНТОВИМ ЕЛЕКТРОННИМ ПУЧКОМ

**Предмет і мета роботи.** Предметом дослідження є спектральні характеристики хвилі просторового заряду (ХПЗ), яка поширюється у двопотоковому супергетеродинамічному лазері на вільних електронах (ДСЛВЕ) клістронного типу з гвинтовим релятивістським електронним пучком. Метою роботи є теоретичне вивчення впливу поздовжнього електростатичного поля на формування мультигармонічної хвилі просторового заряду в досліджуваному пристрої.

**Методи і методологія роботи.** Як вихідні використовуємо квазігідродинамічне рівняння, рівняння неперервності і рівняння Максвелла. Для розв'язання задачі руху і неперервності застосовуємо методи ієрархічного підходу до теорії коливань і хвиль (модернізований метод усереднених характеристик), а для польової задачі – метод повільно змінних амплітуд.

**Результати роботи.** У кубічному нелінійному наближенні отримано систему диференціальних рівнянь, що описує динаміку гармонік мультигармонічної ХПЗ у пролітній секції ДСЛВЕ з поздовжнім електростатичним полем. Вивчено режим, коли частота першої гармоніки ХПЗ набагато менша за критичну частоту двопотокової нестійкості. Продемонстровано, що у випадку використання прискорювального поздовжнього електростатичного поля збільшується ширина частотного спектра. Показано, що гальмівне електростатичне поле дозволяє отримати мультигармонічні ХПЗ із більшою амплітудою і вузьким частотним спектром. Також зменшуються поздовжні габарити пролітної секції. З'ясовано, що використання поздовжнього електростатичного поля для керування шириною частотного спектра ХПЗ є більш ефективним у гвинтових електронних пучках, ніж у прямолінійних.

**Висновок.** Запропоновано використовувати поздовжнє електростатичне поле в пролітній секції ДСЛВЕ для керування шириною частотного спектра хвилі просторового заряду, рівнем амплітуд сигналу в мультигармонічних двопотокових лазерах на вільних електронах клістронного типу з гвинтовим релятивістським електронним пучком.

**Ключові слова:** супергетеродинамічний лазер на вільних електронах, двопотокова нестійкість, гвинтовий електронний пучок, трихвильовий параметричний резонанс, поздовжнє електростатичне поле.