

Ю.О. Аверков^{1,2}, Ю.В. Прокопенко^{1,3}, В.М. Яковенко¹

¹Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины

12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 61085, Украина

²Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина

4, пл. Свободы, Харьков, 61022, Украина

³Харьковский национальный университет радиоэлектроники

14, просп. Науки, Харьков, 61166, Украина

E-mail: yuriyaverkov@gmail.com; prokopen@ire.kharkov.ua; yavm@ire.kharkov.ua

Потери энергии заряженной частицы при взаимодействии с диэлектрическим цилиндром

***Предмет и цель работы.** Создание генераторов электромагнитного излучения миллиметровых и субмиллиметровых длин волн является перспективным направлением развития радиофизики. Такие генераторы востребованы в медицине, биологии, спектроскопии, беспроводной широкополосной связи и в других отраслях науки и техники. Одним из способов генерации волн миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов является взаимодействие потоков заряженных частиц со сверхразмерными электродинамическими структурами, работающими в многомодовом режиме. В связи с этим важным является понимание элементарных физических механизмов, лежащих в основе такого взаимодействия. В настоящей работе решена задача о возбуждении собственных объемно-поверхностных мод твердотельного цилиндра нерелятивистским электроном, движущимся в вакууме над поверхностью такого цилиндра параллельно его оси. В силу нерелятивистского характера движения электрона его поле и поле излучения в вакууме рассчитывались в электростатическом приближении, а поля внутри цилиндра – с учетом эффекта запаздывания.*

***Методы и методология работы.** С использованием уравнений Максвелла и представлений полей в виде набора пространственно-временных гармоник получено аналитическое выражение для потерь энергии электрона на возбуждение собственных объемно-поверхностных мод диэлектрического цилиндра. Анализ этого выражения был выполнен численно с применением метода деления отрезка пополам для поиска корней дисперсионного уравнения.*

***Результаты работы.** Показано, что наиболее эффективно возбуждаются моды E-типа. При этом величины потерь энергии электрона на возбуждение мод E-типа приблизительно на два порядка превосходят величины потерь на возбуждение мод H-типа с теми же значениями азимутального и радиального модовых индексов. Наибольшие потери энергии электрона соответствуют возбуждению HE_{11} -моды.*

***Заключение.** Полученные результаты позволяют глубже понять физический механизм, лежащий в основе генерации собственных мод диэлектрического цилиндра заряженными частицами, и могут быть обобщены на случай многоструйного электронного пучка, использующегося для генерации электромагнитных мод «шепчущей галереи». Ил. 4. Библиогр.: 18 назв.*

***Ключевые слова:** излучение электрона, электростатическое приближение, объемно-поверхностные моды, моды электрического типа, моды магнитного типа.*

В последнее десятилетие большое внимание уделяется вопросам создания генераторов электромагнитного излучения в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн. Это связано с активным применением такого излучения в биологии [1], медицине [2], для передачи субмиллиметровых сигналов в земной

атмосфере [3], для осуществления широкополосной беспроводной связи [4], субмиллиметровой спектроскопии [5] и в других приложениях науки и техники.

Однако использование традиционных подходов к проектированию и построению соответствующих электронно-вакуумных устройств

весьма затруднительно – это обусловлено малыми геометрическими размерами основных элементов таких устройств, генерирующих и стабилизирующих электромагнитное излучение. Одним из наиболее перспективных решений данной проблемы является использование сверхразмерных (по отношению к длине волны) электродинамических структур, работающих в многомодовом режиме. В этой связи следует отметить работу [6], в которой экспериментально зарегистрировано излучение электромагнитных волн в автоколебательной системе на базе высокодобротного квазиоптического диэлектрического резонатора, возбуждаемого многоструйным релятивистским электронным пучком. Возникновение обнаруженного излучения связано с возбуждением собственных колебаний (типа «шепчущей галереи») цилиндрического диэлектрического резонатора потоком заряженных частиц.

Теоретическое описание явлений, приводящих к возникновению обнаруженного в работе [6] излучения, представляет собой довольно трудную задачу. Поэтому, с нашей точки зрения, представляется правильным использовать упрощенные физические модели рассмотренной в работе [6] электродинамической системы, позволяющие, однако, дать количественные описания физических явлений, максимально приближенные к условиям реального эксперимента.

Наиболее простой физической моделью для определения механизма возбуждения электродинамической системы, рассмотренной в работе [6], является движение электрона вблизи бесконечно длинного диэлектрического цилиндра параллельно его образующей. В настоящей работе рассматривается возбуждение собственных объемно-поверхностных мод диэлектрического цилиндра электроном, движущимся с постоянной скоростью в такой модели. Элементарным физическим механизмом, лежащим в основе возбуждения, является эффект Вавилова–Черенкова, обнаруженный 85 лет назад П.А. Черенковым при исследовании γ -люминесценции растворов. Под объемно-поверхностными модами понимаются волны, у которых зависимости амплитуд полей от радиальной координаты имеют осциллирующий характер в области цилиндра и монотонно

убывающий – в области вакуума (при удалении от цилиндра в направлении внешней нормали к поверхности). Полученные результаты могут быть обобщены на случай многоструйного пучка [6].

1. Постановка задачи и основные уравнения. Пусть диэлектрический цилиндр с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью $\mu = 1$ в цилиндрической системе координат (ρ, φ, z) занимает область пространства $0 \leq \rho \leq \rho_c, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ и $|z| < \infty$ (ось Z направлена вдоль оси цилиндра). На расстоянии $\rho_e > \rho_c$ от оси цилиндра в вакууме движется электрон с постоянной скоростью $v_0 \ll c$ (где c – скорость света в вакууме). Ввиду нерелятивистского характера движения электрона создаваемое им электрическое поле, вектор напряженности которого в точке с координатами (ρ, φ, z) в момент времени $t - \vec{E}_e(\rho, \varphi, z, t)$, может считаться электростатическим, удовлетворяющим уравнениям:

$$\operatorname{rot} \vec{E}_e(\rho, \varphi, z, t) = 0; \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{E}_e(\rho, \varphi, z, t) = 4\pi e n_e(\rho, \varphi, z, t), \quad (2)$$

где e и $n_e(\rho, \varphi, z, t)$ – заряд и плотность заряда электрона, определение которой в цилиндрической системе координат будет приведено ниже.

Поля излучения равномерно движущегося электрона в вакууме также имеют потенциальный характер и описываются уравнениями электро- и магнитостатики:

$$\operatorname{rot} \vec{E}_v(\rho, \varphi, z, t) = 0; \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \vec{E}_v(\rho, \varphi, z, t) = 0; \quad (4)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}_v(\rho, \varphi, z, t) = 0; \quad (5)$$

$$\operatorname{div} \vec{H}_v(\rho, \varphi, z, t) = 0, \quad (6)$$

где $\vec{E}_v(\rho, \varphi, z, t)$ и $\vec{H}_v(\rho, \varphi, z, t)$ – вектора напряженностей электрического и магнитного полей в вакууме.

Для правильного описания свойств исследуемой электродинамической системы в области цилиндра необходимо учесть эффект запаздывания и описывать электрические и магнитные поля следующими уравнениями Максвелла:

$$\operatorname{rot} \vec{E}_c(\rho, \varphi, z, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{H}_c(\rho, \varphi, z, t); \quad (7)$$

$$\operatorname{div} \vec{H}_c(\rho, \varphi, z, t) = 0; \quad (8)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}_c(\rho, \varphi, z, t) = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}_c(\rho, \varphi, z, t); \quad (9)$$

$$\operatorname{div} \vec{E}_c(\rho, \varphi, z, t) = 0, \quad (10)$$

где индекс c обозначает область цилиндра, а символ c – скорость света в вакууме.

Наша задача состоит в том, чтобы найти потери энергии электрона в единицу времени dW_e/dt на возбуждение собственных мод в диэлектрическом цилиндре. Эти потери равны работе поля излучения над электроном в точке пространства, где находится электрон [7, 8]:

$$\frac{dW_e}{dt} = ev_0 E_{zv}(\rho = \rho_e, \varphi = \varphi_e, z = v_0 t, t), \quad (11)$$

где φ_e – угловая координата электрона. Заметим, что $dW_e/dt < 0$. Для того, чтобы найти поля, создаваемые электроном в вакууме, необходимо найти решение уравнений (1)–(10) и удовлетворить граничным условиям на поверхности цилиндра – условию непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей, а также условию непрерывности нормальных составляющих электрической индукции и напряженности магнитного поля:

$$E_{ez}(\rho_c, \varphi, z, t) + E_{vz}(\rho_c, \varphi, z, t) = E_{cz}(\rho_c, \varphi, z, t); \quad (12)$$

$$H_{vz}(\rho_c, \varphi, z, t) = H_{cz}(\rho_c, \varphi, z, t); \quad (13)$$

$$E_{e\rho}(\rho_c, \varphi, z, t) + E_{v\rho}(\rho_c, \varphi, z, t) = \varepsilon E_{c\rho}(\rho_c, \varphi, z, t); \quad (14)$$

$$H_{v\rho}(\rho_c, \varphi, z, t) = H_{c\rho}(\rho_c, \varphi, z, t). \quad (15)$$

В силу электростатического характера полей заряда и полей излучения в вакууме целесообразно ввести в рассмотрение электростатические потенциалы электрических полей электрона $\psi_e(\rho, \varphi, z, t)$ и излучения $\psi_v(\rho, \varphi, z, t)$ в вакууме так, чтобы

$$\vec{E}_e(\rho, \varphi, z, t) = -\nabla \psi_e(\rho, \varphi, z, t); \quad (16)$$

$$\vec{E}_v(\rho, \varphi, z, t) = -\nabla \psi_v(\rho, \varphi, z, t), \quad (17)$$

и магнитный потенциал $\chi_v(\rho, \varphi, z, t)$ магнитно-

го поля излучения в вакууме так, чтобы

$$\vec{H}_v(\rho, \varphi, z, t) = -\nabla \chi_v(\rho, \varphi, z, t), \quad (18)$$

где ∇ – оператор набла. Подстановка выражения (16) в уравнение (2) приводит к уравнению Пуассона

$$\Delta \psi_e(\rho, \varphi, z, t) = -4\pi en(\rho, \varphi, z, t), \quad (19)$$

а подстановки выражений (17) и (18) в уравнения (4) и (6) – к соответствующим уравнениям Лапласа

$$\Delta \psi_v(\rho, \varphi, z, t) = 0; \quad (20)$$

$$\Delta \chi_v(\rho, \varphi, z, t) = 0, \quad (21)$$

где $\Delta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

Будем искать решение для потенциала $\psi_e(\rho, \varphi, z, t)$ в виде

$$\psi_e(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} dk \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{en}(k, q_z, t) \times J_n(k\rho) \exp[i(q_z z + n\varphi)] dq_z, \quad (22)$$

где k и q_z – поперечное и продольное (аксиальное) волновые числа поля электрона; n – азимутальный модовый индекс; $J_n(x)$ – функция Бесселя n -го порядка первого рода [9]; $\Phi_{en}(k, q_z, t)$ – спектральная составляющая потенциала электрического поля, создаваемого электроном.

В декартовой системе координат плотность заряда электрона определяется известным выражением:

$$n_e(x, y, z, t) = \delta(x - x_e) \delta(y - y_e) \delta(z - v_0 t), \quad (23)$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака, а x_e и y_e – начальные координаты частицы. Воспользовавшись интегральными представлениями дельта-функций Дирака [10] и подставив их в правую часть (23), выражение для плотности заряда электрона можно привести к виду

$$n_e(\rho, \varphi, z, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} dk \int_{-\infty}^{\infty} k J_n(k\rho_e) \times J_n(k\rho) \exp\{i[q_z(z - v_0 t) + n(\varphi - \varphi_e)]\} dq_z. \quad (24)$$

Решив уравнение Пуассона (19) с учетом (22) и (24), получим выражение для спектральной составляющей $\Phi_{en}(k, q_z, t)$ потенциала

$\psi_e(\rho, \varphi, z, t)$:

$$\Phi_{en}(k, q_z, t) = \frac{eJ_n(k\rho_e)}{\pi(k^2 + q_z^2)} \exp[-i(q_z v_0 t + n\varphi_e)]. \quad (25)$$

Уравнения Лапласа (20) и (21) в области значений $\rho_c < \rho < \rho_e$ имеют решения вида

$$\psi_v(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{vn}(q_z, t) \times K_n(|q_z| \rho) \exp[i(q_z z + n\varphi)] dq_z; \quad (26)$$

$$\chi_v(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X_{vn}(q_z, t) \times K_n(|q_z| \rho) \exp[i(q_z z + n\varphi)] dq_z, \quad (27)$$

где $K_n(x)$ – модифицированная функция Бесселя n -го порядка второго рода (функция Макдональда), а величины $\Phi_{vn}(q_z, t)$ и $X_{vn}(q_z, t)$ – спектральные составляющие электрического и магнитного потенциалов полей излучения, которые в дальнейшем определяются из граничных условий на поверхности цилиндра.

Рассмотрим поля в области цилиндра. Из уравнений Максвелла (7)–(10) может быть получено следующее волновое уравнение для z -компоненты электрического поля

$$\Delta E_{zc}(\rho, \varphi, z, t) - \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E_{zc}(\rho, \varphi, z, t) = 0, \quad (28)$$

решение которого будем искать в виде

$$E_{zc}(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Lambda}_{cn}(\rho, q_z, \omega) \times \exp[i(q_z z + n\varphi - \omega t)] d\omega dq_z, \quad (29)$$

где $\tilde{\Lambda}_{cn}(\rho, q_z, \omega)$ – продольная спектральная составляющая электрического поля внутри цилиндра. Из решения (28) с учетом (29) следует

$$\tilde{\Lambda}_{cn}(\rho, q_z, \omega) = \Lambda_{cn}(q_z, \omega) J_n(\kappa\rho), \quad (30)$$

где $\kappa = \sqrt{\varepsilon\omega^2/c^2 - q_z^2}$ и $\Lambda_{cn}(q_z, \omega)$ – поперечное волновое число электромагнитного поля и амплитуда радиального распределения продольной спектральной составляющей электрического поля в цилиндре соответственно. Аналогично из решения волнового уравнения для

z -компоненты магнитного поля, полученного из (7)–(10), имеем

$$H_{zc}(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} M_{cn}(q_z, \omega) \times J_n(\kappa\rho) \exp[i(q_z z + n\varphi - \omega t)] d\omega dq_z, \quad (31)$$

где $M_{cn}(q_z, \omega)$ – амплитуда радиального распределения продольной спектральной составляющей магнитного поля в цилиндре. Заметим, что величины $\Lambda_{cn}(q_z, \omega)$ и $M_{cn}(q_z, \omega)$ в дальнейшем определяются из граничных условий на поверхности цилиндра. Также из уравнений Максвелла (7)–(10) получаются выражения, позволяющие выразить $E_{\rho c}(\rho, \varphi, z, t)$ - и $H_{\rho c}(\rho, \varphi, z, t)$ -компоненты полей в цилиндре через $E_{zc}(\rho, \varphi, z, t)$ - и $H_{zc}(\rho, \varphi, z, t)$ -компоненты:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E_{\rho c}(\rho, \varphi, z, t) = \frac{\partial^2}{\partial z \partial \rho} E_{\tilde{n}}(\rho, \varphi, z, t) - \frac{1}{c\rho} \frac{\partial^2}{\partial t \partial \varphi} H_{zc}(\rho, \varphi, z, t); \quad (32)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) H_{\rho c}(\rho, \varphi, z, t) = \frac{\varepsilon}{c\rho} \frac{\partial^2}{\partial t \partial \varphi} E_{zc}(\rho, \varphi, z, t) + \frac{\partial^2}{\partial z \partial \rho} H_{zc}(\rho, \varphi, z, t). \quad (33)$$

Из (32), (33) с учетом (29)–(31) получаем следующие выражения для $E_{\rho c}(\rho, \varphi, z, t)$ и $H_{\rho c}(\rho, \varphi, z, t)$:

$$E_{\rho c}(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dq_z \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\kappa^2} \left[i q_z \frac{\partial J_n(\kappa\rho)}{\partial \rho} \Lambda_{cn}(q_z, \omega) - \frac{n\omega}{c\rho} J_n(\kappa\rho) M_{cn}(q_z, \omega) \right] e^{i(q_z z + n\varphi - \omega t)} d\omega; \quad (34)$$

$$H_{\rho c}(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dq_z \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\kappa^2} \left[\frac{n\omega\varepsilon}{c\rho} J_n(\kappa\rho) \Lambda_{cn}(q_z, \omega) + \right]$$

$$+i q_z \frac{\partial J_n(\kappa \rho)}{\partial \rho} M_{cn}(q_z, \omega) \Big] e^{i(q_z z + n \varphi - \omega t)} d\omega. \quad (35)$$

Подставив в граничные условия (12)–(15) соответствующие выражения для полей электрона (16), (25) и излучения (17), (18), (26), (27), (29)–(31), (34), (35), получим выражения для величин $\Lambda_{cn}(q_z, \omega)$, $M_{cn}(q_z, \omega)$, $X_{vn}(q_z, t)$, $\Phi_{vn}(q_z, t)$, входящих в подынтегральные выражения для полей излучения в вакууме:

$$\Lambda_{cn}(q_z, \omega) = [E_{ezn}(\rho_c, \varphi_e, q_z, \omega) - i q_z K_n(|q_z| \rho_c) \Phi_{vn}(q_z, \omega)] / J_n(\kappa \rho_c); \quad (36)$$

$$M_{cn}(q_z, \omega) = \frac{c}{n \omega \varepsilon \rho_c} \left\{ \frac{i \rho_c^2 |q_z| \kappa}{q_z K_n(|q_z| \rho_c)} \times [\varepsilon |q_z| J'_n(\kappa \rho_c) K_n(|q_z| \rho_c) + \kappa K'_n(|q_z| \rho_c) J_n(\kappa \rho_c)] \Lambda_{cn}(q_z, \omega) - (\rho_c \kappa)^2 [E_{epn}(\rho_c, \varphi_e, q_z, \omega) + \frac{i |q_z| K'_n(|q_z| \rho_c)}{q_z K_n(|q_z| \rho_c)} E_{ezn}(\rho_c, \varphi_e, q_z, \omega)] \right\}; \quad (37)$$

$$X_{vn}(q_z, \omega) = \frac{i J_n(\kappa \rho_c)}{q_z K_n(|q_z| \rho_c)} M_{cn}(q_z, \omega); \quad (38)$$

$$\Phi_{vn}(q_z, \omega) = \frac{\rho_c}{(q_z \rho_c)^2 \Delta_n K_n(|q_z| \rho_c)} \times \{ \Delta_{Hn} E_{epn}(\rho_c, \varphi_e, q_z, \omega) - i q_z \rho_c \left[\varepsilon \frac{\Delta_{Hn} J'_n(\kappa \rho_c)}{\kappa \rho_c^2 J_n(\kappa \rho_c)} - \left(\frac{\omega n \varepsilon}{c q_z \rho_c^2 \kappa^2} \right)^2 \right] E_{ezn}(\rho_c, \varphi_e, q_z, \omega) \}; \quad (39)$$

$$\Delta_n = \Delta_{En} \Delta_{Hn} - \left(\frac{\omega n \varepsilon}{c q_z \rho_c^2 \kappa^2} \right)^2,$$

$$\Delta_{En} = \frac{1}{|q_z| \rho_c} \frac{K'_n(|q_z| \rho_c)}{K_n(|q_z| \rho_c)} + \frac{\varepsilon}{\kappa \rho_c} \frac{J'_n(\kappa \rho_c)}{J_n(\kappa \rho_c)},$$

$$\Delta_{Hn} = \frac{1}{|q_z| \rho_c} \frac{K'_n(|q_z| \rho_c)}{K_n(|q_z| \rho_c)} + \frac{1}{\kappa \rho_c} \frac{J'_n(\kappa \rho_c)}{J_n(\kappa \rho_c)},$$

$$E_{ezn}(\rho_c, \varphi_e, q_z, \omega) = -\frac{ie |q_z|}{\pi} \delta(\omega - q_z v_0) \times I_n(|q_z| \rho_c) K_n(|q_z| \rho_e) \exp(-in \varphi_e),$$

$$E_{epn}(\rho_c, \varphi_e, q_z, \omega) = -\frac{e |q_z|}{\pi} \delta(\omega - q_z v_0) \times I'_n(|q_z| \rho_c) K_n(|q_z| \rho_e) \exp(-in \varphi_e).$$

В приведенных выше выражениях символ «штрих» возле специальных функций обозначает их производную по аргументу, $I_n(x)$ – функция Инфельда n -го порядка первого рода, $\rho_c < \rho_e$, $n \geq 0$. Заметим, что при получении выражений (36)–(39) использовано представление

$$\exp(-i q_z v_0 t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \delta(\omega - q_z v_0) \exp(-i \omega t).$$

Величины $\Phi_{vn}(q_z, t)$ и $X_{vn}(q_z, t)$, входящие в подынтегральные выражения для потенциалов электрического (26) и магнитного (27) полей, связаны с соответствующими величинами $\Phi_{vn}(q_z, \omega)$ и $X_{vn}(q_z, \omega)$ с помощью следующих выражений:

$$\Phi_{vn}(q_z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{vn}(q_z, \omega) \exp(-i \omega t) d\omega,$$

$$X_{vn}(q_z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} X_{vn}(q_z, \omega) \exp(-i \omega t) d\omega.$$

Выражение $\Delta_n = 0$ представляет собой дисперсионное уравнение собственных мод диэлектрического цилиндра. Заметим, что функция $\delta(\omega - q_z v_0)$ учитывает условие фазового синхронизма заряженной частицы и возбуждаемой ею волны, лежащего в основе эффекта Вавилова–Черенкова.

Выражение для потерь энергии электрона в единицу времени dW_e/dt на возбуждение собственных мод в диэлектрическом цилиндре (11) с учетом (39) приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{dW_e}{dt} = & -ie v_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q_z \Phi_{v0}(q_z, \omega) K_0(|q_z| \rho_e) \times \\ & \times \exp[i(q_z v_0 - \omega)t] d\omega dq_z + \\ & + 2ie v_0 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q_z \Phi_{vn}(q_z, \omega) K_n(|q_z| \rho_e) \times \\ & \times \exp[i(q_z v_0 - \omega)t + in \varphi_e] d\omega dq_z. \quad (40) \end{aligned}$$

При вычислении интегралов по dq_z и $d\omega$ в (40) необходимо учесть полюсы подынтегральных выражений, соответствующих возбуждению собственных мод диэлектрического ци-

линдрa. Для этого введем малые диссипативные потери в диэлектрической среде и используем известную формулу Сохоцкого для обхода полюса [11]:

$$\frac{1}{x \pm i\gamma} = \frac{P}{x} \mp i\pi\delta(x), \quad (41)$$

где обобщенная функция P/x называется конечной частью, или главным значением интеграла от функции $1/x$. Возбуждению собственных мод цилиндра соответствует второе слагаемое в (40). Отметим, что из выражений (26), (27) следует монотонно убывающий характер зависимостей амплитуд полей излучения от радиальной координаты в вакууме, а из выражений (29), (31) и (34), (35) – осциллирующий характер этих зависимостей в цилиндре.

2. Численный анализ потерь энергии электрона. В качестве материала диэлектрического цилиндра выберем поликор с $\varepsilon = 9,6$, а радиус цилиндра $\rho_c = 0,5$ см. Скорость и радиус орбиты электрона положим равными $v_0 = 0,387c$ и $\rho_e = 0,6$ см соответственно. Величину потерь энергии электрона в единицу времени $|dW_e/dt|$ будем нормировать на значение $|(dW_e/dt)_0| = e^2 v_0 / \rho_c^2$ и использовать обозначение $P = |dW_e/dt| / |(dW_e/dt)_0|$. Для выбранных параметров системы имеем $|(dW_e/dt)_0| \propto 10^{-8}$ эрг/с (или 10^{-15} Дж/с).

Спектры собственных мод цилиндрических диэлектрических твердотельных волноводов подробно описаны в работах [12–18]. Воспользуемся принятой в указанных источниках классификацией собственных мод цилиндра. Так, обозначения HE_{ns} и EH_{ns} относятся к модам электрического (E -) и магнитного (H -) типов соответственно, где индекс n соответствует половине количества вариаций поля по азимуту, а индекс s – количеству вариаций поля вдоль радиальной координаты. Азимутально-симметричная мода E -типа обозначается как E_{0s} . Заметим, что с азимутально-симметричной модой H -типа H_{0s} поле электрона не взаимодействует в силу выбранного для его описания электростатического приближения. Отметим, что в выражении для потерь (40) суммирование производится по частотам собственных мод диэлектрического цилиндра, возбуждаемых электроном вследствие эффекта Вавилова–Черенкова. При этом наименьшей частотой

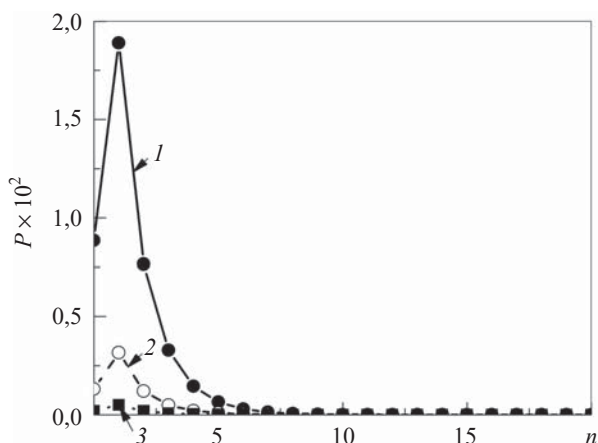


Рис. 1. Графики зависимостей безразмерных величин потерь энергии электрона в единицу времени P на возбуждение собственных HE_{ns} -мод в диэлектрическом цилиндре от значения азимутального модового индекса n для ряда значений радиального модового индекса s

ω_{\min} является частота собственной моды EH_{11} , равная $\omega_{\min} \approx 1,73 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$.

На рис. 1 приведены графики зависимостей безразмерных величин потерь энергии электрона в единицу времени P на возбуждение собственных HE_{ns} -мод в диэлектрическом цилиндре от азимутального модового индекса n для ряда значений радиального модового индекса $s = 1, 2, 3$. Номера кривых совпадают со значением индекса s . Каждому значению индекса n соответствует своя точка на графике, обозначенная символом «черный кружок» для кривой 1, «светлый кружок» для кривой 2 и «черный квадрат» для кривой 3.

Из рис. 1 видно, что наибольшие потери энергии электрона соответствуют возбуждению моды HE_{11} . При фиксированном значении индекса n и при увеличении индекса s величины потерь уменьшаются. Численный счет показывает, что при фиксированном значении индекса s наибольшие потери приходятся на моду HE_{1s} . Заметим, что при $n = 0$ существуют отличные от нуля потери энергии электрона, соответствующие возбуждению E_{0s} -мод.

На рис. 2 приведены графики зависимостей безразмерных величин потерь энергии электрона в единицу времени P на возбуждение собственных EH_{ns} -мод в диэлектрическом цилиндре от значения азимутального модового индекса n для ряда значений радиального модового индекса $s = 1, 2, 3$. Номера кривых совпадают со значением индекса s .

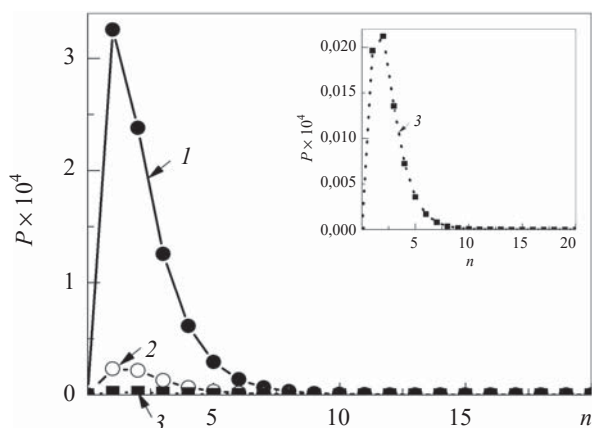


Рис. 2. Графики зависимостей безразмерных величин потерь энергии электрона в единицу времени P на возбуждение собственных EH_{ns} -мод в диэлектрическом цилиндре от значения азимутального модового индекса n для ряда значений радиального модового индекса s

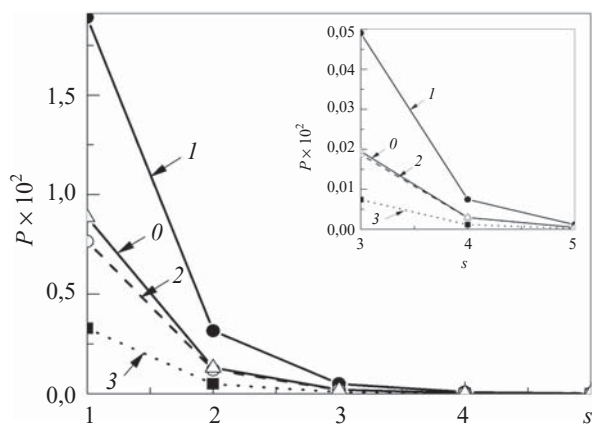


Рис. 3. Графики зависимостей безразмерных величин потерь энергии электрона в единицу времени P на возбуждение собственных HE_{ns} -мод в диэлектрическом цилиндре от радиального модового индекса s для ряда значений азимутального модового индекса n

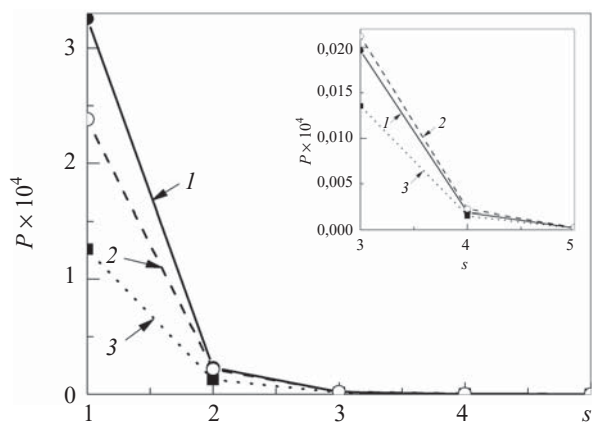


Рис. 4. Графики зависимостей безразмерных величин потерь энергии электрона в единицу времени P на возбуждение собственных EH_{ns} -мод в диэлектрическом цилиндре от радиального модового индекса s для ряда значений азимутального модового индекса n

Из рис. 2 следует, что наибольшие потери энергии электрона соответствуют возбуждению моды EH_{11} . При фиксированном значении индекса n и при увеличении индекса s величины потерь уменьшаются. Численный расчет показывает, что в отличие от рассмотренного выше случая возбуждения HE_{ns} -мод, с увеличением индекса s значение индекса n , соответствующего наибольшей величине потерь, не остается постоянным. Это демонстрирует вставка на рис. 2, на которой в большем масштабе приведена кривая 3. Видно, что при $s = 3$ максимум потерь энергии электрона приходится на моду EH_{23} . Заметим, что при $n = 0$ потери энергии электрона на возбуждение E_{0s} -мод отсутствуют.

Количественное сравнение зависимостей на рис. 1 и 2 показывает, что наиболее эффективно возбуждаются HE_{ns} -моды. При этом величины потерь энергии электрона на их возбуждение приблизительно на два порядка превосходят величины потерь на возбуждение EH_{ns} -мод с теми же значениями индексов n и s .

На рис. 3 и 4 приведены зависимости безразмерных величин потерь энергии электрона в единицу времени P на возбуждение собственных HE_{ns} (рис. 3) и EH_{ns} (рис. 4) мод в диэлектрическом цилиндре от значения радиального модового индекса s для ряда значений азимутального модового индекса ($n = 0, 1, 2, 3$ – для HE_{ns} -мод и $n = 1, 2, 3$ – для EH_{ns} -мод). Номера кривых совпадают со значением индекса n .

Из рис. 3 следует, что для каждого фиксированного значения индекса n величины потерь на возбуждение собственных мод убывают с ростом индекса s . Порядок следования кривых не изменяется, т. е. для каждого фиксированного значения индекса s выполняется условие $P(n_1) > P(n_0) > P(n_j)$, где $j = 2, 3, 4, \dots$. Из рис. 4 следует, что для каждого фиксированного значения индекса n величины потерь на возбуждение собственных мод убывают с ростом индекса s , но порядок следования кривых не сохраняется. Именно для $s = 1, 2$ выполняется условие $P(n_j) > P(n_{j+1})$, $j = 1, 2, 3, \dots$, а начиная с индекса $s = 3$ это условие изменяется на $P(n_2) > P(n_1) > P(n_3) > P(n_{j+1})$, $j = 3, 4, 5, \dots$. Следовательно, для EH_{ns} -мод наибольшие потери энергии электрона соответствуют возбуждению моды EH_{11} , а для $s \geq 3$ наибольшие поте-

ри энергии электрона соответствуют возбуждению EH_{2s} -мод.

Численный расчет показывает, что с увеличением радиуса орбиты электрона величины потерь его энергии на возбуждение собственных мод цилиндра убывают.

Выводы. Таким образом, в настоящей работе решена задача о возбуждении собственных объемно-поверхностных мод диэлектрического цилиндра электроном, движущимся с постоянной скоростью над цилиндром вдоль прямой, параллельной его оси. В основе исследованных явлений лежит эффект Вавилова–Черенкова. Скорость электрона полагалась нерелятивистской, в результате чего поле электрона и поля излучения в вакууме рассчитывались в электростатическом приближении. Для электромагнитных полей внутри цилиндра учитывался эффект запаздывания. Было получено выражение для потерь энергии излучения электрона на возбуждение собственных объемно-поверх-

ностных HE_{ns} - и EH_{ns} -мод в диэлектрическом цилиндре. Впервые выполнен анализ величины этих потерь от значений азимутального n и радиального s модовых индексов. Установлено, что наиболее эффективно возбуждаются моды E -типа. При этом величины потерь энергии электрона на возбуждение мод E -типа приблизительно на два порядка превосходят величины потерь на возбуждение мод H -типа с теми же значениями индексов n и s . Наибольшие потери энергии электрона соответствуют возбуждению HE_{11} -моды. Наибольшие потери энергии электрона на возбуждение мод H -типа приходится на EH_{11} -моду, а начиная со значения $s = 3$ – на EH_{2s} -моду. Установлено, что при фиксированном значении азимутального индекса n с ростом радиального индекса s величины потерь убывают как для HE_{ns} -, так и для EH_{ns} -мод. Величины потерь энергии электрона убывают также с увеличением радиуса орбиты электрона.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Pickwell E., Cole B.E., Fitzgerald A.J., Wallace V.P., Pepper M. Simulation of terahertz pulse propagation in biological systems. *Appl. Phys. Lett.* 2004. Vol. 84, Iss. 12. P. 2190–2192. DOI: 10.1063/1.1688448.
2. Ashwort P.C., Pickwell-MacPherson E., Provenzano E., Pinder S.E., Purushotham A.D., Pepper M., Wallace V.P. Terahertz pulsed spectroscopy of freshly excised human breast cancer. *Opt. Express.* 2009. Vol. 17, Iss. 15. P. 12444–12454. DOI: 10.1364/OE.17.012444.
3. Yang Y., Shutler A., Grischkowsky D. Measurement of the transmission of the atmosphere from 0.2 to 2 THz. *Opt. Express.* 2011. Vol. 19, Iss. 9. P. 8830–8838. DOI: 10.1364/OE.19.008830.
4. Nagatsuma T., Horiguchi S., Minamikata Y., Yoshimizu Y., Hisatake S., Kuwano S., Yoshimoto N., Terada J., Takahashi H. Terahertz wireless communications based on photonics technologies. *Opt. Express.* 2013. Vol. 21, N 21. P. 23736–23747. DOI: 10.1364/OE.21.023736.
5. Kemp M.C. Explosive detection by terahertz spectroscopy – a bridge too far? *IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol.* 2011. Vol. 1, N 1. P. 282–292. DOI: 10.1109/TTNZ.2011.2159647.
6. Дормидонтов А.В., Кириченко А.Я., Лонин Ю.Ф., Пономарев А.Г., Прокопенко Ю.В., Сотников Г.В., Уваров В.Т., Филиппов Ю.Ф. Автоколебательная система на основе диэлектрического резонатора с модами «шепчущей галереи». *Письма в журн. техн. физики.* 2012. Т. 38, вып. 2. С. 65–73.
7. Силян В.П., Рухадзе А.А. *Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред.* Москва: Госатомиздат, 1961. 244 с.
8. Аверков Ю.О., Прокопенко Ю.В., Яковенко В.М. Потери энергии заряженной частицы на возбуждение поверхностных магнитоплазмонов в структуре с двумерной и трехмерной плазмой. *Журн. эксперим. и теорет. физики.* 2015. Т. 148, № 4(10). С. 799–805. DOI: 10.7868/S004445101510017X.
9. *Справочник по специальным функциям: с формулами, графиками и таблицами.* Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. Москва: Наука, 1979. 832 с.
10. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров.* Под ред. И.Г. Арамановича. Москва: Наука, 1974. 831 с.
11. Владимиров В.С. *Обобщенные функции в математической физике.* Москва: Наука, 1979. 320 с.
12. Вайнштейн Л.А. *Электромагнитные волны.* Москва: Радио и связь, 1988. 440 с.
13. Ильченко М.Е., Взятыхшев В.Ф., Гассанов Л.Г., Безбородов Ю.М. *Диэлектрические резонаторы.* Под ред. М.Е. Ильченко. Москва: Радио и связь, 1989. 328 с.
14. Кириченко А.Я., Прокопенко Ю.В., Филиппов Ю.Ф., Черпак Н.Т. *Квазиоптические твердотельные резонаторы.* Киев: Наук. думка, 2008. 286 с.
15. Аверков Ю.О., Прокопенко Ю.В., Яковенко В.М. Неустойчивость трубчатого электронного пучка при взаимодействии с плазмоподобной средой. *Радиофизика и электроника.* 2016. Т. 7(21), № 2. С. 28–35.
16. Аверков Ю.О., Прокопенко Ю.В., Яковенко В.М. Взаимодействие потока заряженных частиц трубчатого пучка с собственными колебаниями диэлектрического цилиндра. *Радиофизика и электроника.* 2016. Т. 7(21), № 4. С. 68–76.

17. Аверков Ю.О., Прокопенко Ю.В., Яковенко В.М. Неустойчивость трубчатого электронного пучка, движущегося над диэлектрическим цилиндром. *Журн. техн. физики*. 2017. Т. 87, № 10. С. 1571–1577. DOI: 10.21883/JTF.2017.10.45003.2015.
18. Аверков Ю.О., Прокопенко Ю.В., Яковенко В.М. Спектры собственных волн анизотропного цилиндрического твердотельного волновода. *Журн. техн. физики*. 2019. Т. 89, № 1. С. 9–15. DOI: 10.21883/JTF.2019.01.46954.2438.

Стаття надійшла 29.07.2019

REFERENCES

1. Pickwell, E., Cole, B.E., Fitzgerald, A.J., Wallace, V.P., Pepper, M., 2004. Simulation of terahertz pulse propagation in biological systems. *Appl. Phys. Lett.*, **84**(12), pp. 2190–2192. DOI: 10.1063/1.1688448.
2. Ashwort, P.C., Pickwell-MacPherson, E., Provenzano, E., Pinder, S.E., Purushotham, A.D., Pepper, M., Wallace, V.P., 2009. Terahertz pulsed spectroscopy of freshly excised human breast cancer. *Opt. Express*, **17**(15), pp. 12444–12454. DOI: 10.1364/OE.17.012444.
3. Yang, Y., Shutler, A., Grischkowsky, D., 2011. Measurement of the transmission of the atmosphere from 0.2 to 2 THz. *Opt. Express*, **19**(9), pp. 8830–8838. DOI: 10.1364/OE.19.008830.
4. Nagatsuma, T., Horiguchi, S., Minamikata, Y., Yoshimizu, Y., Hisatake, S., Kuwano, S., Yoshimoto, N., Terada, J., Takahashi, H., 2013. Terahertz wireless communications based on photonics technologies. *Opt. Express*, **21**(21), pp. 23736–23747. DOI: 10.1364/OE.21.023736.
5. Kemp, M.C., 2011. Explosive detection by terahertz spectroscopy – a bridge too far? *IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol.*, **1**(1), pp. 282–292. DOI: DOI:10.1109/TTHZ.2011.2159647.
6. Dormidontov, A.V., Kirichenko, A.Ya., Lonin, Yu.F., Ponomarev, A.G., Prokopenko, Yu.V., Sotniyov, G.V., Uvarov, V.T., Filippov, Yu.F., 2012. Auto-oscillatory system based on dielectric resonator with whispering-gallery modes. *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.*, **38**(2), pp. 65–73 (in Russian). DOI:10.1134/S106378501201021X.
7. Silin, V.P., Rukhadze, A.A., 1961. *Electromagnetic properties of plasma and plasma-like media*. Moscow: Gosatomizdat Publ. (in Russian).
8. Averkov, Yu.O., Prokopenko, Yu.V., Yakovenko, V.M., 2015. Charged-particle energy loss by the excitation of surface magnetoplasmons in a structure with two- and three-dimensional plasmas. *J. Exp. Theor. Phys.*, **121**(4), pp. 699–705. DOI: 10.1134/S1063776115100039.
9. Abramovits, M., Stigan, I. ed., 1979. *Reference on special functions: with formulas, graphics and tables*. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
10. Korn, G.A., Korn, T.M., 1968. *Mathematical handbook for scientists and engineers*. New York: McGraw-Hill Book Company.
11. Vladimirov, V.S., 1979. *Generalized functions in mathematical physics*. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
12. Vainshtein, L.A., 1988. *Electromagnetic waves*. Moscow: Radio i Svyaz' Publ. (in Russian).
13. Ilchenko, M.E. ed., Vzyatyshev, V. F., Gassanov, L.G., Bezborodov, Yu.M., 1989. *Dielectric resonators*. Moscow: Radio i Svyaz' Publ. (in Russian).
14. Kirichenko, A.Ya., Prokopenko, Yu.V., Filippov, Yu.F., Cherpak, N.T., 2008. *Quasi-optical solid-state resonators*. Kiev: Naukova Dumka Publ. (in Russian).
15. Averkov, Yu.O., Prokopenko, Yu. V., Yakovenko, V. M., 2016. The instability of hollow electron beam interacting with plasma-like medium. *Radiofiz. Elektron.*, **7**(21)(2), pp. 28–35 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.15407/rej2016.02.028>.
16. Averkov, Yu.O., Prokopenko, Yu.V., Yakovenko, V.M., 2016. Interaction a flow of charged particles with eigenmodes of a dielectric cylinder. *Radiofiz. Elektron.*, **7**(21)(4), pp. 68–76 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.15407/rej2016.04.068>
17. Averkov, Yu.O., Prokopenko, Yu.V., Yakovenko, V.M., 2017. Instability of tubular electron beam moving over a dielectric cylinder. *Tech. Phys.*, **62**(10), pp. 1578–1584. DOI: 10.1134/S1063784217100061.
18. Averkov, Yu.O., Prokopenko, Yu.V., Yakovenko, V.M., 2019. Eigenwave spectra of an anisotropic cylindrical solid-state waveguide. *Tech. Phys.*, **64**(1), pp. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063784219010055>.

Received 29.07.2019

Ю.О. Аверков^{1,2}, Ю.В. Прокопенко^{1,3}, В.М. Яковенко¹

¹O.Ya. Usikov IRE of NASU

12, Acad. Proskura St., Kharkiv, 61085, Ukraine

²V.N. Karazin Kharkiv National University

4, Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

³Kharkiv National University of Radio Electronics

14, Nauky Ave., Kharkiv, 61166, Ukraine

ENERGY LOSS OF A CHARGED PARTICLE DURING ITS INTERACTION WITH A DIELECTRIC CYLINDER

Subject and Purpose. The creation of millimeter and submillimeter electromagnetic wave generators is a promising direction in radio physics. These generators are demanded in medicine, biology, spectroscopy, broadband wireless communications and other branches of science and technology. One of the ways of millimeter and submillimeter wave generation is interaction between charged-particle beams and super-dimensional electrodynamic structures in multimode operation. In this regard, elementary physical mechanisms underlying this interaction invite further investigation. In the paper, the problem of spatial-surface eigen-

mode excitation is considered for a solid-state cylinder when a nonrelativistic electron moves in a vacuum over the surface of this cylinder and parallel to its axis. Because of the nonrelativistic character of the electron motion, the electron field and the radiation field in a vacuum are treated in the electrostatic approximation, while the fields inside the cylinder are calculated with the delay effect taken into account.

Methods and Methodology. Maxwell's equations in space-time field terms yield an analytical expression of the electron energy loss for the spatial-surface eigenmode excitation of a dielectric cylinder. This expression is numerically analyzed using the bisection method to find roots of the dispersion equation.

Results. The analysis of the electron energy loss suggests that the E -type modes are the most efficiently excited. The electron energy loss for the E -mode excitation is approximately two orders higher than the loss for the excitation of H -modes with the same azimuthal and radial mode indices. The largest electron energy loss corresponds to the HE_{11} mode excitation.

Conclusion. The performed study gives a deeper insight into the physical mechanism underlying the eigenmode excitation of a dielectric cylinder under the action of charged particles. The obtained results can be generalized to the case of a multijet electron beam used to generate whispering-gallery electromagnetic modes.

Key words: electron radiation, electrostatic approximation, spatial-surface modes, electric-type eigenmodes, magnetic-type eigenmodes.

Ю.О. Аверков^{1,2}, Ю.В. Прокопенко^{1,3}, В.М. Яковенко¹

¹ Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України
12, вул. Акад. Проскури, Харків, 61085, Україна

² Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна
4, пл. Свободи, Харків, 61022, Україна

³ Харківський національний університет радіоелектроніки
14, просп. Науки, Харків, 61166, Україна

ВТРАТИ ЕНЕРГІЇ ЗАРЯДЖЕНОЇ ЧАСТИНКИ ВНАСЛІДОК ЇЇ ВЗАЄМОДІЇ З ДІЕЛЕКТРИЧНИМ ЦИЛІНДРОМ

Предмет і мета роботи. Створення генераторів електромагнітного випромінювання міліметрових і субміліметрових довжин хвиль є перспективним напрямком розвитку радіофізики. Такі генератори затребувані в медицині, біології, спектроскопії, бездротовому широкосмуговому зв'язку та в інших галузях науки і техніки. Одним із способів генерації хвиль міліметрового і субміліметрового діапазонів є взаємодія потоків заряджених частинок з надрозмірними електродинамічними структурами, що працюють у багатомодовому режимі. У зв'язку з цим важливим є розуміння елементарних фізичних механізмів, що лежать в основі такої взаємодії. У цій роботі розв'язано задачу про збудження власних об'ємно-поверхневих мод твердотілого циліндра нерелятивістським електроном, що рухається у вакуумі над поверхнею такого циліндра паралельно його осі. Унаслідок нерелятивістського характеру руху електрона його поле і поле випромінювання у вакуумі розраховувалися в електростатичному наближенні, а поля всередині циліндра – з урахуванням ефекту запізнювання.

Методи та методологія роботи. З використанням рівнянь Максвелла і подання полів у вигляді набору просторово-часових гармонік отримано аналітичний вираз для втрат енергії електрона на збудження власних об'ємно-поверхневих мод діелектричного циліндра. Аналіз цього виразу був виконаний чисельно із застосуванням методу розподілу відрізка навіпіл для пошуку коренів дисперсійного рівняння.

Результати роботи. Показано, що найбільш ефективно збуджуються моди E -типу. При цьому величини втрат енергії електрона на збудження мод E -типу приблизно на два порядки перевершують величини втрат на збудження мод H -типу з такими ж значеннями азимутального і радіального модових індексів. Найбільші втрати енергії електрона відповідають збудженню HE_{11} -моди.

Висновок. Отримані результати дозволяють глибше зрозуміти фізичний механізм, що лежить в основі генерації власних мод діелектричного циліндра зарядженими частинками, і можуть бути узагальнені на випадок багатоструменевого електронного пучка, що використовується для генерації електромагнітних мод «шепечучої галереї».

Ключові слова: випромінювання електрона, електростатичне наближення, об'ємно-поверхневі моди, моди електричного типу, моди магнітного типу.