

Р.Е. Пащенко, В.К. Іванов, Д.О. Цюпак

Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України

12, вул. Акад. Проскури, Харків, 61085, Україна

E-mail: r.paschenko@i.ua, ivanov@ire.kharkov.ua, tsyupak87@mail.ru

Моделювання доплерівського сигналу, відбитого від безпілотного літального апарата, з використанням фрактальних недиференційовних функцій

Предмет і мета роботи. Проведений аналіз форми доплерівських сигналів (ДС), отриманих експериментально при зондуванні безпілотних літальних апаратів (БПЛА) мультироторного типу. Показано, що різні швидкості і кількість обертових роторів відповідають різним формам сигналів. Складна форма ДС не дозволяє записати модельні рівняння, використовуючи загальні закони описуваних явищ. Метою роботи є оцінка можливості емпіричного моделювання доплерівських сигналів, відбитих від обертових роторів БПЛА з використанням фрактальних недиференційовних функцій.

Методи і методологія роботи. Відповідно до типової схеми емпіричного моделювання, спочатку описано отримання і аналіз експериментальних часових рядів ДС при зондуванні БПЛА. Потім визначено структуру моделі (вид функції). На третьому етапі показано методику визначення параметрів моделі (розрахунку параметрів). На останньому етапі проведено якісний і кількісний аналіз реальних і модельованих ДС.

Результати роботи. Розглянуто особливості використання деяких фрактальних недиференційовних функцій для моделювання радіолокаційних сигналів. Запропоновано модель доплерівського сигналу, відбитого від обертових роторів БПЛА, яка представляє суму фрактального сигналу (моделювання низькочастотної складової ДС) та модифікованої функції Веєрштрасса–Мандельброта (моделювання високочастотної складової ДС). Розглянуто методику вибору параметрів моделі при різних швидкостях і кількості обертових роторів БПЛА.

Висновок. Якісний і кількісний аналіз реальних ДС і ДС, отриманих з використанням запропонованої моделі, показав, що модель забезпечує добре узгодження особливостей форми цих сигналів. Іл. 10. Табл. 1. Бібліогр.: 14 назв.

Ключові слова: доплерівський сигнал, безпілотний літальний апарат, модель доплерівського сигналу, фрактальний сигнал, фрактальна недиференційовна функція

В останні десятиліття стрімко розвивається і розширюється парк безпілотних літальних апаратів (БПЛА), особливо БПЛА мультироторного типу, так званих коптерів. Літальні апарати такого типу вирішують різноманітні завдання, як у військовій, так і у цивільній сферах. Із збільшенням кількості використовуваних БПЛА зросли потенційні загрози від їх застосування. З метою впорядкування використання БПЛА в європейських країнах вже розроблено низку правил з їх експлуатації, а в США всі власники малих БПЛА повинні їх реєструвати у Федеральній авіаційній адміністрації (FAA) [1]. В Україні з червня 2018 року також набув чинності Тимча-

совий порядок використання повітряного простору України, в якому визначені правила і обмеження на польоти дистанційно пілотованих повітряних суден без попереднього узгодження [2]. Однак для забезпечення контролю за виконанням цих обмежень необхідно створити систему виявлення та розпізнавання БПЛА, в тому числі і мультироторних. Така система має містити різноманітні технічні засоби, в тому числі радіолокаційні, зокрема доплерівські РЛС.

Основною конструктивною особливістю мультироторних БПЛА, яка дозволяє віднести їх до одного з типів, є кількість роторів. Під час зондування БПЛА з різною кількістю роторів

виникають труднощі з вибором ознак розпізнавання типу БПЛА та аналізом радіолокаційних сигналів, відбитих від них. Для дослідження особливостей таких сигналів необхідно розробити моделі відбитих радіолокаційних сигналів, які дозволять виявити характерні ознаки для розпізнавання типу БПЛА.

У роботах [3, 4] запропоновано моделі руху квадрокоптерів (БПЛА з чотирма роторами), що враховують кінематичні і динамічні характеристики та механічні процеси в системі обертання гвинтів квадрокоптера, а також алгоритми формування керувальних дій. Проте на цей час практично відсутні роботи, що присвячені побудові моделей доплерівських сигналів (ДС), відбитих від мультироторних БПЛА.

Експериментальне дослідження сигналів, відбитих від рухомих об'єктів, показує, що різна складність руху відповідає різним формам доплерівського сигналу [5]. При цьому форма сигналів не є гладкою, що обумовлено особливостями руху частин об'єкта, а також дією завад і шумів. Складна форма відбитих сигналів не дозволяє записати модельні рівняння, використовуючи загальні закони явищ, що розглядаються. Тому доцільною є побудова моделей з використанням даних вимірювань спостережуваних величин, які характеризують поведінку об'єкта у послідовні моменти часу (створення моделей за експериментальними часовими рядами). Такий підхід до моделювання називається емпіричним [6], а в математичній статистиці і теорії автоматичного керування – ідентифікацією систем [7]. У нелінійній динаміці таке моделювання називається реконструкцією динамічних систем [8].

Мета статті – розглянути можливість емпіричного моделювання ДС, відбитих від обертових роторів БПЛА, з використанням фрактальних недиференційованих функцій.

В основі методики моделювання ДС лежить принцип емпіричного моделювання, який з розвитком комп'ютерної техніки набуває все більшого поширення. Відповідно до типової схеми емпіричного моделювання [6], на першому етапі здійснюється отримання й аналіз експериментальних часових рядів. Другий етап передбачає визначення структури моделі (вигляду функцій, типу рівняння). Найбільш складним є третій етап – добирання параметрів моделі (їх

розрахунок). На останньому етапі здійснюється діагностична перевірка моделі.

1. Отримання та аналіз особливостей ДС, відбитих від обертових роторів БПЛА. Для отримання доплерівських сигналів, відбитих від мультироторного БПЛА, було проведено серію експериментів, під час яких здійснювалося зондування різної кількості обертових роторів БПЛА і швидкості їх обертання. Досконалий опис умов проведення експериментів і склад вимірювально-інформаційної системи, яка при цьому використовувалася, наведений у [9]. Експериментальна установка містила доплерівську РЛС *IPS-154* з безперервним синусоїдальним сигналом ($f_n = 24$ ГГц, $\lambda \approx 12$ мм), яка розроблена фірмою *InnoSenT*, персональний комп'ютер типу *Notebook Samsung P29* і лазерний вимірювач дальності. Як об'єкт досліджень використовувався БПЛА з трьома роторами. У процесі проведення експериментів ДС з виходу РЛС записувалися у цифровій формі за допомогою аналого-цифрового перетворювача (АЦП) вбудованої звукової карти персонального комп'ютера (частота дискретизації АЦП – $f_{\text{дискр}} = 22,050$ кГц, при 16-бітному квантуванні за рівнем). Відстань від РЛС до об'єкта досліджень складала 5 м. Під час експериментів були отримані ДС за умови обертання одного, двох і трьох роторів. При цьому змінювалася швидкість обертання роторів, яка складала 12,5, 25 і 37,5 об/с.

Для отриманих часових рядів ДС використовувалася «віконна» обробка довгого вихідного сигналу, з якого «вирізані» вибірки розміром $2^{10} = 1024$ точок. Крім того, вихідний ДС нормували відносно його середнього значення. Така попередня обробка дозволила провести аналіз часових реалізацій ДС.

На рис. 1 показано нормовані, «вирізані» з довгого часового ряду, ДС під час обертання одного ротора зі швидкостями 12,5 об/с (а), 25 об/с (б) і 37,5 об/с (в), а на рис. 2 – ДС під час обертання двох (а) і трьох роторів (б) зі швидкістю 37,5 об/с. По осі абсцис (X) відкладено кількість точок записаного сигналу, а по осі ординат (Y) – рівень ДС (число рівнів дискретизації). Докладний частотно-часовий аналіз таких ДС наведений у [9].

Як видно на рис. 1 та 2, характер поведінки ДС (його форма і частота) змінюється під час

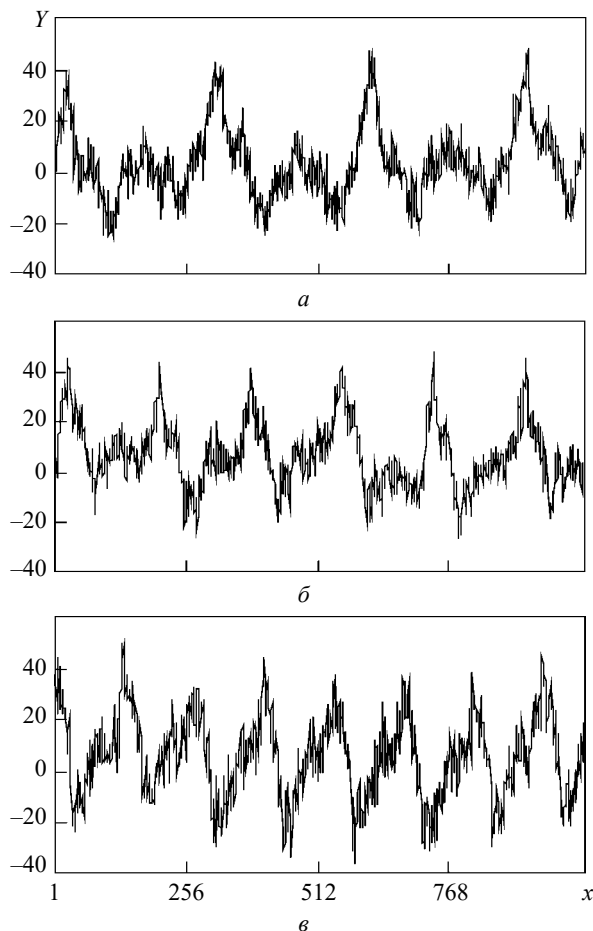


Рис. 1. Доплерівські сигнали, що відповідають обертанню одного ротора зі швидкістю 12,5 об/с (а), 25 об/с (б) і 37,5 об/с (в)

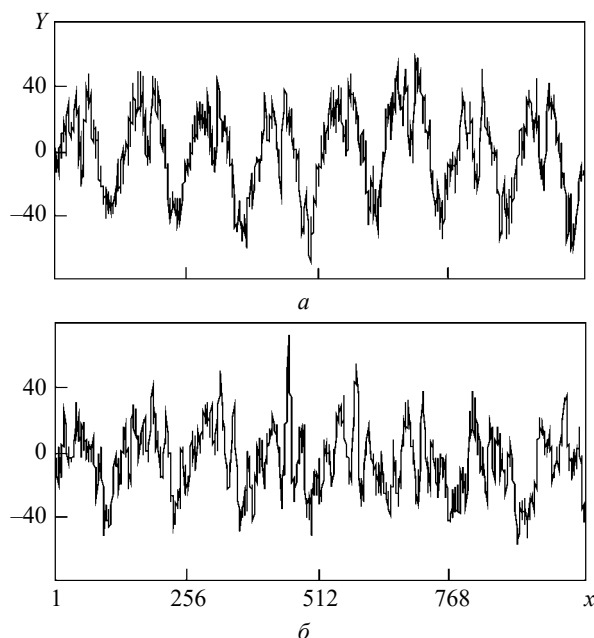


Рис. 2. Доплерівські сигнали, що відповідають обертанню двох (а) і трьох (б) роторів зі швидкістю 37,5 об/с

збільшення швидкості обертання і кількості роторів, що беруть участь в експерименті.

Так, при збільшенні швидкості обертання ротора кількість періодів ДС також збільшується, але збільшення періоду сигналів не збігається зі збільшенням швидкості, яка задається з пульта керування БПЛА, а є трохи більшою. Також на рис. 1 видно, що із збільшенням швидкості обертання ротора спостерігається зсув праворуч другого максимуму ДС.

У випадку зондування двох і трьох роторів БПЛА (рис. 2) форма ДС також змінюється. Так, при зондуванні двох роторів максимуми ДС розподіляються на дві складові, а трьох – на три.

Необхідно зазначити, що в сигналах, які були отримані експериментально, добре видно низькочастотну (обумовлену швидкістю обертання і кількістю роторів) та високочастотну (обумовлену впливом фону і вібраціями роторів під час обертання) складові.

Таким чином, аналіз ДС під час зондування обертових роторів БПЛА показує, що вони мають складну форму і моделювання таких сигналів шляхом формування диференціальних рівнянь неможливе.

2. Визначення структури моделі (моделюючої функції). Розглянемо можливість використання фрактальних недиференційовних функцій (ФНФ) для моделювання складної поведінки ДС, відбитих від БПЛА.

Функцію $y = f(x)$ називають фрактальною, якщо її графіком є фрактальна множина, тобто функція $y = f(x)$ фрактальна, якщо існує значення функції y_0 , яке є образом фрактальної множини точок. При цьому фрактальна функція тісно пов'язана з її диференціальними властивостями [10].

Найбільш відомими серед класичних ФНФ є функції Больцано, Рімана, Ханкеля, Веєрштрасса, Дарбу [10]. Функції Больцано і Ханкеля за своєю структурою не дозволяють моделювати сигнали радіолокаційних засобів. Розглянемо особливості побудови деяких ФНФ, які можуть бути використані для моделювання сигналів.

Вираз для функції Рімана, яка не має кінцевої похідної в жодній точці, має вигляд [10]:

$$f(x) = \sum_{n=1}^N \frac{\sin n^2 x}{n^2}, \tag{1}$$

де x – ірраціональне або раціональне число; N – кількість складових, що входять у функцію, $n = 1, \dots, N$.

За умови $N = 1$ функція Рімана являє собою звичайну синусоїду з одиничною амплітудою. Зі збільшенням N ступінь порізаності функції збільшується. Ці зміни більше виявляються на невеликих значеннях ($N < 10$). При більшій кількості складових порізаність функції візуально не змінюється. Таким чином, функція Рімана може бути використана для моделювання синусоїдальних сигналів за наявності незначних спотворень. Однак у цій функції можна варіювати тільки двома параметрами – кількістю періодів сигналу (x) і кількістю складових (N), що не дозволяє моделювати великий клас сигналів.

Функція Дарбу має такий вигляд [10]:

$$f(x) = \sum_{n=1}^N \frac{\sin[(n+1)! \cdot x]}{n!}, \quad (2)$$

де x , n та N відповідають позначенням у виразі (1).

Порівняння виразів (1) і (2) показує, що ці ФНФ відрізняються лише операціями, які проводяться з кількістю складових функцій (піднесення у квадрат у виразі (1) і факторіал у виразі (2)). Характер порізаності функції Дарбу із зростанням N такий же, як у ФНФ Рімана. Однак її форма відрізняється від форми функції Рімана. При моделюванні синусоїдальних сигналів з використанням функції Дарбу також можливе варіювання тільки двома параметрами (x і N), що обмежує задання можливих умов моделюваної дії.

Функцію Веєрштрасса, яка не має похідної в жодній точці, подають у такому вигляді [10]:

$$f(x) = \sum_{n=1}^N a^n \cos(b^n \pi x), \quad (3)$$

де a – коефіцієнт масштабування нерівностей ($0 < a < 1$); $b > 1$ – параметр частотного масштабування; N – кількість складових, що входять у функцію.

Для побудови цієї функції спочатку береться косинусоїда $f_1(x) = a \cos(b \pi x)$. Потім на цю косинусоїду накладається ще одна із піднесеними у квадрат значеннями a і b . Оскільки $0 < a < 1$, а $b > 1$, то амплітуда косинусої-

ди зменшується, а частота зростає порівняно з $f_1(x)$. Потім додається ще косинусоїда з меншою амплітудою і більшою частотою і т. д. У результаті створюється нескінченно порізана крива. Вона має властивість самоподібності, тобто її частина подібна до цілого.

Для опису форми флуктуацій (порізаності) цієї функції часто використовують фрактальну розмірність D , яка пов'язана з коефіцієнтом a виразом $D = 1 + a$. При значеннях D , близьких до 1, функція $f(x)$ гладка; при збільшенні значення від 1 до 2 можна отримувати різні фрактальні функції. Параметр частотного масштабування b також значно впливає на поведінку цієї функції.

Наявність у функції Веєрштрасса чотирьох змінних параметрів (x , N , a і b) дозволяє значно розширити можливості моделювання сигналів з різними характеристиками.

Побудова функції Веєрштрасса–Мандельброта. Однією з відомих ФНФ, у побудові якої бере участь фрактальна розмірність D , є функція Веєрштрасса–Мандельброта $W(x)$, яка визначається співвідношенням [11]:

$$W(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(1 - e^{j b^n x}) e^{j \varphi_n}}{b^{(2-D)n}}. \quad (4)$$

Параметр b у функції $W(x)$ визначає, яку частину кривої видно, коли аргумент x змінюється в заданому інтервалі. Фрактальна розмірність D має змінюватися в діапазоні $1 < D < 2$, а φ_n є довільною фазою.

Косинусною ФНФ Веєрштрасса–Мандельброта називається дійсна частина функції $W(x)$ [11]:

$$f(x) = \operatorname{Re} W(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(1 - \cos b^n x)}{b^{(2-D)n}}. \quad (5)$$

Для побудови кривих цю функцію обмежують за n і досліджують вплив інших параметрів на її форму.

Обмежена функція Веєрштрасса–Мандельброта може використовуватися для моделювання деяких видів випадкових сигналів та дозволяє моделювати сигнали у великому діапазоні їх характеристик.

Для рішення практичних завдань, зокрема для моделювання поверхонь, використовують

модифіковану ФНФ Веєрштрасса–Мандельброта, в яку додаються параметри, що дозволяють змінювати її амплітуду, частоту і фазу [12]:

$$f(x) = C \sum_{n=0}^{N-1} (1-D)^n \sin(2\pi K b^n x + \varphi_n), \quad (6)$$

де C – коефіцієнт контролю амплітуди; N – кількість складових; D – фрактальна розмірність; K – просторове хвильове число; b – параметр частотного масштабування; φ_n – довільна фаза.

Модифіковану ФНФ Веєрштрасса–Мандельброта також використовують в іншому вигляді [13]:

$$f(x) = C \sum_{n=0}^{N-1} b^{(D-2)n} \sin(2\pi K b^n x + \varphi_n). \quad (7)$$

У цьому випадку коефіцієнт контролю амплітуди C дозволяє змінювати величину амплітуди ФНФ, просторове хвильове число K забезпечує зміну частоти ФНФ, а вибір ступеня її порізаності здійснюється добром кількості складових функцій N , фрактальної розмірності D і параметра частотного масштабування b . Довільна фаза φ_n ФНФ обирається залежно від заданих початкових умов. Можливість зміни цих параметрів дозволяє моделювати різні флуктуації сигналу. Вирази (6) і (7) у процесі моделювання дають близькі результати, якщо під знаком суми стоять однакові функції (\sin або \cos) з однаковими параметрами. Розглянуті вище функції найбільш ефективні при моделюванні високочастотних (шумових або заводських) складових сигналу.

Формування фрактальних сигналів. Порядок формування фрактальних сигналів (ФС) докладно описаний у [14]. Для побудови ФС використовується правило, яке засноване на властивостях ФНФ і враховує самоподібність та гіперболічність опорних коливань. Це правило визначається виразом:

$$F_n(x) = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{F_0(k^n x)}{k^n}, \quad (8)$$

де $F_0(x)$ – функція, що описує опорне коливання; k – коефіцієнт подібності (коефіцієнт масштабування); N – кількість коливань, які беруть участь у формуванні ФС.

З виразу (8) видно, що коефіцієнт масштабування параметрів опорного коливання однаковий (коефіцієнт стиснення дорівнює коефіцієнту розтягування). Залежно від вибору вигляду функції опорного коливання $F_0(x)$, вираз (8) описує ФС на основі гармонічного коливання (косинусоїдального чи синусоїдального) або коливань з кутовою модуляцією. Для побудови ФС з використанням опорного синусоїдального коливання його можна представити виразом:

$$F(x) = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{U_0}{k^n} \sin(2\pi f_0 k^n x + \varphi_0), \quad (9)$$

де N – кількість функцій, що використовуються для формування сигналу; U_0 – амплітуда опорного коливання; k – коефіцієнт подібності; f_0, φ_0 – початкові частота і фаза синусоїдальної функції. Зміна амплітуди U_0 , початкових частоти f_0 і фази φ_0 дозволяє обирати необхідні характеристики опорного (синусоїдального) коливання, збільшення кількості складових N забезпечує формування більш складного ФС, а зміна коефіцієнта подібності k приводить до зміни форми сигналу.

В основу побудови як класичних ФНФ, так і ФС, покладено гіпотезу самоподібності, що допускає нескінченну серію вкладень один в одного однакових (гомеоморфних) об'єктів.

Проведений аналіз ФНФ показав, що моделювання низькочастотної складової ДС доцільно проводити з використанням фрактального сигналу, а високочастотної – на базі модифікованої функції Веєрштрасса–Мандельброта. Результуюча модель доплерівського сигналу, відбитого від обертових роторів БПЛА, являтиме собою суму цих функцій:

$$Fm(x) = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{U_0}{k^n} \sin(2\pi f_0 k^n x + \varphi_0) + C \sum_{n_1=0}^{N_1-1} b^{(D-2)n_1} \sin(2\pi K b^{n_1} x + \varphi_{n_1}). \quad (10)$$

Позначення змінних наведені вище у формулах (6) і (9).

3. Визначення параметрів моделі доплерівського сигналу. Розглянемо методику вибору параметрів моделі на прикладі ДС при обертанні одного ротора БПЛА зі швидкістю 12,5 об/с (рис. 1, а), оскільки найважче здійсню-

ти емпіричне моделювання ДС для невеликих швидкостей обертання роторів. Як уже було зазначено, цей сигнал має низку особливостей. На часовій реалізації ДС виявляються два послідовні максимуми сигналу, перший приблизно удвічі більше за другий, а також спостерігаються по два додаткові максимуми (праворуч і ліворуч від основних піків).

Визначимо розмір часової вибірки, яка має відповідати довжині отриманого експериментально сигналу (часового ряду). У цьому випадку це 1024 точки часового ряду. Далі вибираються параметри низькочастотної складової ДС. У якості такого сигналу пропонується використовувати синусоїдальний або косинусоїдальний ФС, що описується виразом (9). Цей сигнал має бути узгоджений за амплітудою і частотою з ДС, отриманим експериментально, що забезпечить відповідність форми модельованого ДС реальній. Форму ФС можна змінювати шляхом вибору параметрів N , k і φ_0 . При невисоких швидкостях обертання ротора частоту опорного коливання ФС необхідно обирати удвічі вищу, а амплітуду удвічі меншу, ніж частота і амплітуда максимальних піків ДС, отриманого експериментально. На рис. 3 наведено синусоїдальний ФС з початковими параметрами: $N = 2$; $k = 5$; $U_0 = 15,0$; $f_0 = 7,1$; $\varphi_0 = 0,0$.

Як видно на рис. 3, ФС визначає загальну поведінку модельованого сигналу – його періодичність і деякі особливості форми.

На рис. 4 показаний результат добору амплітуди, частоти і форми ФС (товста крива) на фоні реального ДС (тонка крива).

На рис. 4 видно, що частота ФС (7 періодів) в два рази більша за частоту ДС (3,5 періоду), а амплітуда ФС (≈ 20 рівнів) удвічі менша від максимального значення ДС (≈ 44 рівні). Параметри $N = 2$ і $k = 5$ ФС обрані так, щоб врахувати особливості форми реального ДС (один основний і два бічних максимуми).

Для моделювання високочастотних складових ДС пропонується використовувати модифіковану функцію Веєрштрасса–Мандельброта, яка описується виразом (7). При цьому коефіцієнт контролю амплітуди C і просторове хвильове число K спочатку вибирають в два рази менше, ніж амплітуда опорного коливання ФС U_0 і його частота f_0 . Такий вибір цих параметрів забезпечує зменшення максимумів амплітуди парних і збільшення максимумів амплітуди непарних періодів ФС, що характерно для ДС на невисоких швидкостях обертання ротора. Потім, у разі потреби, параметри C і K коректуються залежно від параметрів ДС, отриманого експериментально. Для цього також може змінюватися довільна фаза φ_n . Ступінь порізаності модельованого ДС забезпечується добром числа складових функцій N_1 , фрактальної розмірності D і параметра частотного масштабування b .

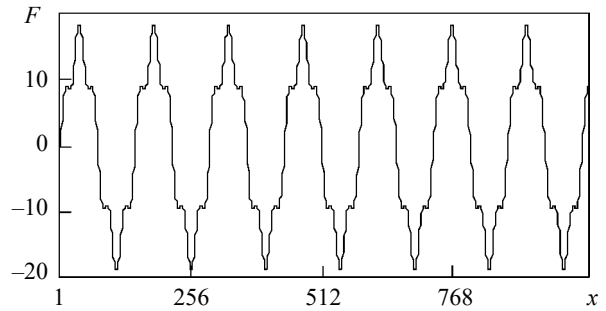


Рис. 3. Фрактальний сигнал ($N = 2$; $k = 5$; $U_0 = 15,0$; $f_0 = 7,1$; $\varphi_0 = 0,0$)

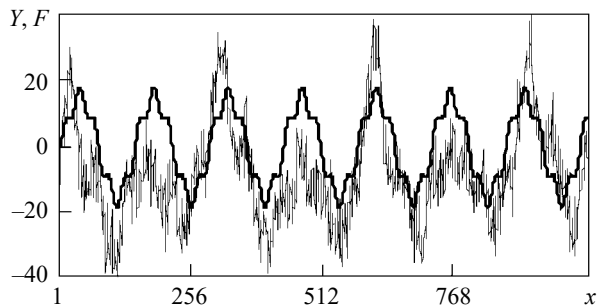


Рис. 4. До вибору амплітуди, частоти і форми ФС

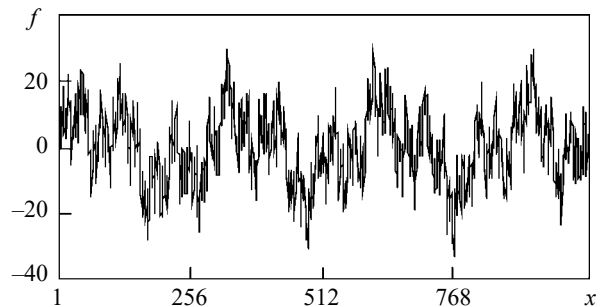


Рис. 5. Модифікована функція Веєрштрасса–Мандельброта ($C = 7,5$; $N_1 = 6$; $K = 3,67$; $b = 1,04e$; $D = 1,85$; $\varphi_n = 0,0$)

літуду парних і збільшення максимумів амплітуди непарних періодів ФС, що характерно для ДС на невисоких швидкостях обертання ротора. Потім, у разі потреби, параметри C і K коректуються залежно від параметрів ДС, отриманого експериментально. Для цього також може змінюватися довільна фаза φ_n . Ступінь порізаності модельованого ДС забезпечується добром числа складових функцій N_1 , фрактальної розмірності D і параметра частотного масштабування b .

На рис. 5 показано синусоїдальну модифіковану функцію Веєрштрасса–Мандельброта з початковими параметрами: $C = 7,5$; $N_1 = 6$; $K = 3,67$; $b = 1,04e$ ($e \sim 2,71828$); $D = 1,85$; $\varphi_n = 0,0$.

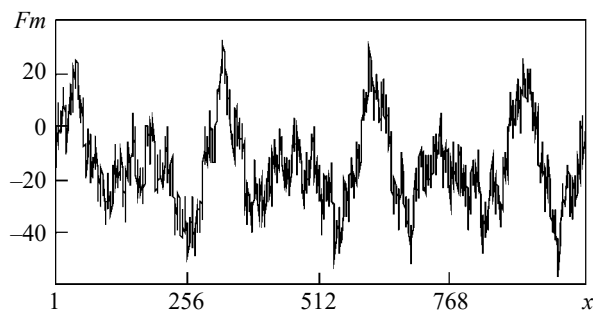
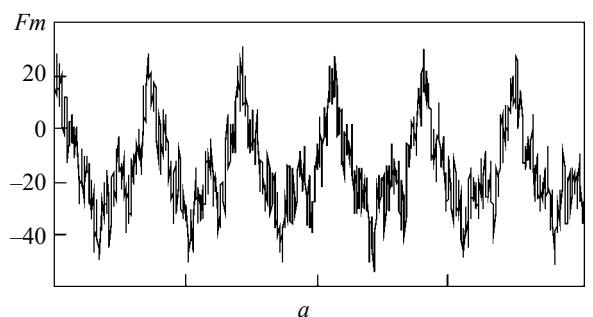
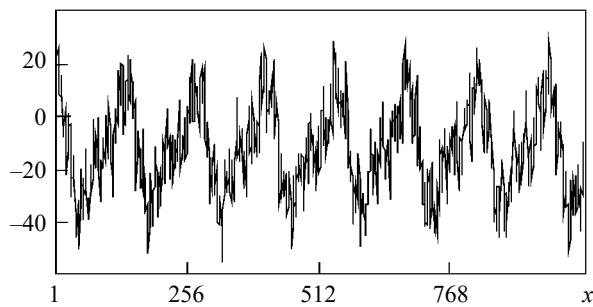


Рис. 6. Модель ДС у випадку обертання одного ротора БПЛА зі швидкістю 12,5 об/с



a



б

Рис. 7. Моделі ДС у випадку обертання одного ротора БПЛА зі швидкістю 25 об/с (*a*) і 37,5 об/с (*б*)

На рис. 5 видно, що при обраних параметрах функція Веєрштрасса–Мандельброта достатньо точно описує ступінь порізаності модельованого ДС.

На рис. 6 показано модельований ДС за умови обертання одного ротора БПЛА зі швидкістю 12,5 об/с, який був отриманий з використанням виразу (10) і обраних параметрів ФС та ФНФ.

Результати моделювання (рис. 6) відображають характерні особливості реального ДС, отриманого експериментально, його амплітуду, частоту, порізаність і форму (див. рис. 1, *a*), але не є його точною копією.

Розглянемо результати вибору параметрів моделі для інших швидкостей обертання і кількості роторів. Якщо швидкість обертання ротора збільшується удвічі (до 25 об/с), число пе-

ріодів ДС збільшується до шести (див. рис. 1, *б*). Це дещо більше, ніж удвадцять, порівняно з ДС на швидкості 12,5 об/с. Також спостерігається зміна форми ДС, зокрема, другий максимум (парні періоди) зміщується праворуч.

Низькочастотну складову такого сигналу можна побудувати на базі косинусоїдального ФС за таких параметрів: $N = 3$; $k = 3$; $U_0 = 18,0$; $f_0 = 5,8$; $\varphi_0 = -0,36$. У цьому випадку частоту опорного коливання ФС обирають так, щоб забезпечити моделювання шести періодів ДС. Вибір коефіцієнта подібності $k = 3$ і початкової фази $\varphi_0 = -0,36$ дозволяє врахувати зсув праворуч другого максимуму модельованого ДС.

Для моделювання високочастотної складової ДС використовується синусоїдальна модифікована функція Веєрштрасса–Мандельброта. У цьому разі коефіцієнт контролю амплітуди обирають рівним $C = 7,0$, який в сумі з амплітудою ФС забезпечує моделювання амплітуди ДС. На відміну від розглянутого вище випадку (обертання одного ротора зі швидкістю 12,5 об/с), просторове хвильове число $K = 11,7$ обирають не менше, а більше в два рази, ніж частота опорного коливання ФС $f_0 = 5,8$. Це обумовлено тим, що частота ФС відповідає частоті вихідного ДС, а не в два рази менша, як це було у випадку моделювання ДС при обертанні одного ротора зі швидкістю 12,5 об/с. Фаза ФНФ вибрана $\varphi_{n1} = 0,0$. Ступінь порізаності модельованого ДС забезпечується добром кількості складових функції $N_1 = 6$, фрактальної розмірності $D = 1,85$ і параметра частотного масштабування $b = 1,086e$.

На рис. 7, *a* показано модель ДС у випадку обертання одного ротора БПЛА зі швидкістю 25 об/с, яку було побудовано з використанням виразу (10) і обраних параметрів ФС і ФНФ.

Візуальне порівняння сигналів на рис. 1, *б* і 7, *a* показує, що на обраних параметрах ФС і ФНФ модель ДС добре описує складність форми реального ДС. Однак отриманий у результаті моделювання ДС не є копією вихідного ДС, а лише описує особливості реального сигналу.

На рис. 7, *б* показано модель ДС у випадку обертання одного ротора БПЛА зі швидкістю 37,5 об/с, яку було побудовано з використанням виразу (10). Для цього були обрані такі параметри моделі. У якості низькочастотної складової був вибраний косинусоїдальний ФС з параме-

трами $N=2$, $k=2$, $U_0 = 15,0$, $f_0 = 7,5$, $\varphi_0 = 0,47$. Вибір таких параметрів ФС дозволив врахувати ще більший зсув праворуч другого максимуму ДС.

Складність форми модельованого сигналу (високочастотна складова ДС) забезпечувалася такими параметрами модифікованої функції Веєрштрасса–Мандельброта: $C = 7,0$; $N_1 = 6$; $K = 15,0$; $b = 1,08e$; $D = 1,85$; $\varphi_{n1} = 0,0$. Як і при моделюванні ДС у випадку обертання одного ротора зі швидкістю 25 об/с, просторове хвильове число $K = 15,0$ обрано удвічі більшим, ніж частота опорного коливання ФС $f_0 = 7,5$, а ступінь порізаності сигналу забезпечувався добром N_1 , D і b .

Аналіз сигналів на рис. 1, в і рис. 7, б показує, що обрані параметри моделі ДС дозволяють відобразити особливості складної форми реального ДС.

Розглянемо результати вибору параметрів моделі при збільшенні кількості роторів, що обертаються зі швидкістю 37,5 об/с. Як уже було зазначено, максимуми ДС у випадку обертання двох роторів розподіляються на дві частини. Для моделювання цієї особливості сигналу використовувався синусоїдальний ФС з параметрами $N = 3$, $k = 2$, $U_0 = 20,0$, $f_0 = 8,1$, $\varphi_0 = -1,52$. Вибір числа складових $N = 3$, коефіцієнта подібності $k = 2$ і початкової фази $\varphi_0 = -1,52$ дозволив змоделювати розділення максимумів ДС.

Використання модифікованої функції Веєрштрасса–Мандельброта з параметрами $C = 9,0$, $N_1 = 6$, $K = 4,1$, $b = 1,094e$, $D = 1,85$, $\varphi_{n1} = 0,0$ дозволило змоделювати порізаність ДС. Просторове хвильове число $K = 4,1$ обрали удвічі меншим, ніж частота опорного коливання ФС $f_0 = 8,1$.

На рис. 8, а показано модель ДС у випадку обертання двох роторів БПЛА зі швидкістю 37,5 об/с, яка побудована з використанням виразу (10) і обраних параметрів ФС та ФНФ.

Як видно на рис. 8, а, змодельований ДС відображає основні особливості реального ДС (див. рис. 2, а).

Збільшення числа обертових роторів до трьох приводить до появи третьої складової в максимумах ДС. Цю особливість сигналу дозволяє змоделювати сума синусоїдального ФС з параметрами $N = 2$, $k = 6$, $U_0 = 20,0$, $f_0 = 7,7$,

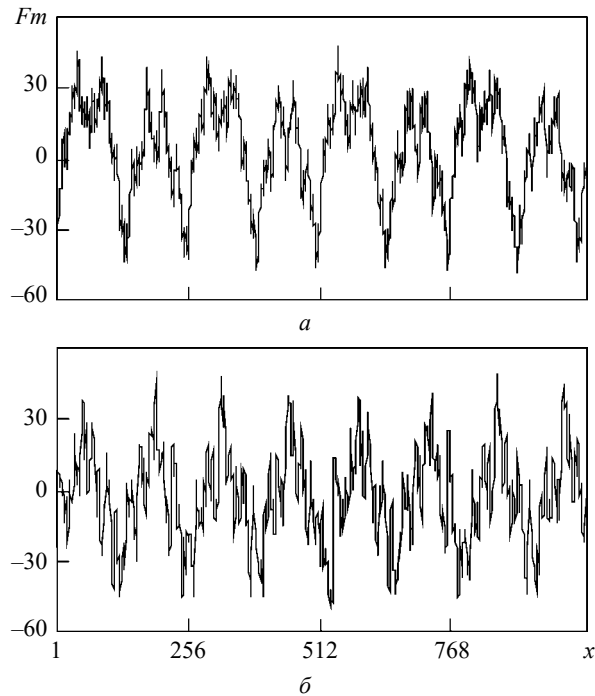


Рис. 8. Моделі ДС у випадку обертання двох (а) і трьох (б) роторів БПЛА зі швидкістю 37,5 об/с

$\varphi_0 = -0,96$, а також модифікованої функції Веєрштрасса–Мандельброта з параметрами $C = 7,0$, $N_1 = 7$, $K = 23,1$, $b = 0,52e$, $D = 1,85$, $\varphi_{n1} = 0,0$. У процесі моделювання такого ДС виявилися деякі особливості вибору параметрів ФНФ. Так, просторове хвильове число $K = 23,1$ обиралося втричі більшим, ніж частота опорного коливання ФС $f_0 = 7,7$. Крім того, щоб урахувати характер порізаності ДС, параметр частотного масштабування b обирався менше $1,0e$ ($b = 0,52e$). Вибір решти параметрів не відрізнявся від описаних вище.

На рис. 8, б показано модель ДС у випадку обертання трьох роторів БПЛА зі швидкістю 37,5 об/с, яка побудована з використанням виразу (10) і обраних параметрів ФС та ФНФ. Змодельований сигнал дозволяє описати особливості форми реального ДС (див. рис. 2, б).

На етапі діагностичної перевірки моделі здійснювалося порівняння форми ДС, отриманого експериментально, і модельованого сигналу (якісна оцінка), а також порівняння величин фрактальних розмірностей, які характеризують складність (порізаність) їх форми (кількісна оцінка).

Якісний аналіз реальних і модельованих сигналів показав, що запропонована модель забез-

Кількість роторів, швидкість їх обертання	ФР реального ДС	ФР модельованого сигналу
1 ротор, 12,5 об/с	1,639	1,635
1 ротор, 25 об/с	1,644	1,653
1 ротор, 37,5 об/с	1,657	1,662
2 ротори, 37,5 об/с	1,635	1,628
3 ротори, 37,5 об/с	1,622	1,619

печує добре узгодження особливостей форми сигналів, що порівнювалися.

Результати розрахунків фрактальних розмірностей (ФР) реальних і модельованих ДС наведено в таблиці.

Аналіз наведених у таблиці даних показує, що величини ФР реального і модельованих ДС відрізняються в межах від 0,003 до 0,009; це свідчить про високу достовірність запропонованої моделі. Необхідно зазначити, що із збільшенням швидкості обертання одного ротора ФР модельованого сигналу збільшується, як і у реального ДС. Із збільшенням числа обертових роторів порізаність ДС зменшується і зменшується величина ФР модельованого сигналу.

Висновки. Аналіз доплерівських сигналів, отриманих експериментально, показав, що різ-

ні швидкості і кількості обертових роторів відповідають різним формам таких сигналів. У зв'язку з тим, що форма ДС є складною, то записати модельні рівняння з використанням загальних законів описуваних явищ неможливо. Для побудови моделей таких сигналів доцільно застосовувати емпіричне моделювання. Моделювання особливостей складних радіолокаційних сигналів можна здійснювати за допомогою фрактальних недиференційованих функцій.

Запропоновано модель доплерівського сигналу, відбитого від обертових роторів БПЛА, яка складається з суми фрактального сигналу (для моделювання низькочастотної складової ДС) і модифікованої функції Веєрштрасса–Мандельброта (для моделювання високочастотної складової ДС).

Розглянуто методику вибору параметрів моделі при різних швидкостях і кількості обертових роторів БПЛА.

Виконано якісний і кількісний аналіз реальних і модельованих ДС, який показав, що запропонована модель забезпечує добре узгодження особливостей форм таких сигналів. Проведені дослідження надалі можуть бути використані під час розпізнавання типу БПЛА.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. В США разработали систему регистрации малых беспилотников. URL: <http://www.ato.ru/content/v-ssha-razrabotali-sistemu-registracii-malyh-bespilotnikov>
2. Госавиаслужба Украины пересмотрела ограничения на полеты дронов в сторону увеличения веса, дальности и высоты полета. URL: <https://interfax.com.ua/news/general/533582.html>
3. Лысенко А.И., Тачинина Е.Н. Математическое моделирование движения квадрокоптера. *Вісник АМУ*. Сер. «Техніка». 2015. Вип. 2(10). С. 128–136.
4. Лазарев В.С., Лашев А.А. Разработка математической модели БПЛА на базе квадрокоптера с рамой DJI F-450. *Инженерный вестник Дона*. 2018. № 2. URL: <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2018/5001>
5. Liang Liu, Popescu M., Skubic M., Rantz M., Yardibi T., Cuddihy P. Automatic fall detection based on Doppler radar motion signature. *5th Int. ICST Conf. on Pervasive Computing Technologies for Healthcare (PervasiveHealth 2011)*: proc. (Dublin, Ireland, May 23–26, 2011). Dublin, 2011. P. 222–225.
6. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. *Математическое моделирование и хаотические временные ряды*. Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. 320 с.
7. Льюнг Л. *Идентификация систем. Теория для пользователя*. Пер. с англ. под ред. Я.З. Цыпкина. Москва: Наука, 1991. 432 с.
8. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. *Современные проблемы нелинейной динамики*. Москва: Эдиториал УРСС, 2000. 336 с.
9. Пащенко Р.Э., Иванов В.К., Цюпак Д.О., Левадный Ю.В. Анализ особенностей сигналов доплеровской РЛС, отраженных от мультироторного БПЛА. *Радіофізика та електроніка*. 2019. Том 24, № 4. С. 35–45.
10. Окорочков В.А., Сандракова Е.В. *Фракталы в фундаментальной физике. Фрактальные свойства множественного образования частиц и топология выборки*. Москва: МИФИ, 2009. 460 с.
11. Федер Е. *Фракталы*. Пер. с англ. Ю. Данилова и А. Шкурова. Москва: Мир, 1991. 254 с.
12. Jaggard D.L., Sun X. Fractal surface scattering: A generalized Rayleigh solution. *J. Appl. Phys.* 1990. Vol. 68, Iss. 11. P. 5456–5462.
13. Jaggard D.L., Sun X. Scattering from bandlimited fractal fibers. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 1989. Vol. 37, Iss. 12. P. 1591–1597.
14. Пащенко Р.Э. *Формирование фрактальных сигналов*. Харьков: ХООО «НЭО «ЭкоПерспектива», 2005. 298 с.

Стаття надійшла 20.10.2019

REFERENCES

1. In the USA developed the registration system of small drone [online]. Available from: <http://www.ato.ru/content/v-ssha-razrabotali-sistemu-registracii-malyh-bespilotnikov>
2. Gosaviasluzhba of Ukraine revised limits on flights drones toward gain in weight, distance and height of flight [online]. Available from: <https://interfax.com.ua/news/general/533582.html>
3. Lysenko, A.I., Tachinina, E.N., 2015. The Mathematical design of motion quartocopter. *Visnik AMU*. Ser. «Tekhnika», 2(10), pp. 128–136 (in Russian).
4. Lazarev, V.S., Lashev, A.A., 2018. Development mathematical model of BPLA on a base quartocopter with the frame DJI F-450. *The Engineering announcer of Don*, 2 [online]. Available from: ivdon.ru/magazine/archive/n2y2018/5001
5. Liang, Liu, Popescu, M., Skubic, M., Rantz, M., Yardibi, T., Cuddihy, P., 2011. Automatic fall detection based on Doppler radar motion signature. In: *5th Int. ICST Conf. on Pervasive Computing Technologies for Healthcare*. (PervasiveHealth 2011). Proc. Dublin, Ireland, 23–26 May, 2011.
6. Bezruchko, B.P., Smirnov, D.A., 2005. *Mathematical design and chaotic temporal rows*. Saratov: GosUNC «College» Publ. (in Russian).
7. Ljung, L., 1991. *System Identification: Theory for the User*. Translated from English and ed. by Ya.Z. Tsyppin. Moscow: Science Publ. (in Russian).
8. Malineckiy, G.G., Potapov, A.B., 2000. *Modern problems of nonlinear dynamics*. Moscow: Editorial URSS Publ. (in Russian).
9. Pashchenko, R.E., Ivanov, V.K., Cyupak, D.O., Levadnyy, Yu.V., 2019. Frequency-temporal analysis radar reflections from multicopter drone. *Radiofiz. Electron.*, **24**(4), pp. 35–45.
10. Okorokov, V.A., Sandrakova, E.V., 2009. *Fractals are in fundamental physics. Fractal properties of plural formation of particles and topology of selection*. Moscow: MIFI Publ. (in Russian).
11. Feder, E., 1991. *Fractals*. Translated from English by Yu. Danilov and A. Shkurov. Moscow: Mir Publ. (in Russian).
12. Jaggard, D.L., Sun, X., 1990. Fractal surface scattering: A generalized Rayleigh solution. *J. Appl. Phys.*, **68**(11), pp. 5456–5462.
13. Jaggard, D.L., Sun, X., 1989. Scattering from bandlimited fractal fibers. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **37**(12), pp. 1591–1597.
14. Pashchenko, R.E., 2005. *Forming of fractal signals*. Kharkov: KHOOO “NEO “Ekoperspektiva” Publ. (in Russian).

Received 20.10.2019

R.E. Pashchenko, V.K. Ivanov, D.O. Tsyupak

O.Ya. Usikov IRE of NASU

12, Acad. Proskura St., Kharkiv, 61085, Ukraine

MODELING OF DRONE-REFLECTED DOPPLER SIGNALS USING FRACTAL NONDIFFERENTIABLE FUNCTIONS

Subject and Purpose. The paper gives analysis to the waveforms of Doppler signals experimentally measured during the sounding of multicopter drones. Various velocities and numbers of the revolving rotors change Doppler signal waveforms. Also, these waveforms are not simple enough to take advantage of general laws of the examined phenomena and write the model equations immediately. In the present work, we seek to check capabilities of fractal nondifferentiable functions as to the empirical modeling of Doppler signals reflected from the revolving rotors of the drone.

Methods and Methodology. In accordance with the standard manner of empirical modeling, we begin with the measurement and analysis of experimental temporal rows of Doppler signals obtained during the drone sounding. On this basis, the model structure (type of the functions) is determined. Then a turn comes of the procedure of the model parameter calculation. Finally, the actual and simulated Doppler signals are analyzed in qualitative and quantitative terms.

Results. The characteristic features of some fractal nondifferentiable functions have been considered for their adoption in the radar signal modeling. The Doppler signal reflected from the revolving rotors of the drone has been represented as a sum of the fractal signal (modelling the low-frequency component of the Doppler signal) and the Weierstrass-Mandelbrot modified function (modelling the high-frequency component of the Doppler signal). The procedure of the model parameter choice has been examined at various speed values and numbers of the revolving rotors of the drone.

Conclusion. The qualitative and quantitative analyses given to the measured and simulated Doppler signals validate the model we have suggested and show that the model provides a good agreement between the waveform features of the measured and simulated signals.

Key words: Doppler signal, multicopter drone, Doppler signal model, fractal signal, fractal nondifferentiable function.