

В. Л. Пазынин*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины**12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*E-mail: pazynin@ire.kharkov.ua**СВОЙСТВА МУЛЬТИПЛЕТА В СПЕКТРЕ КОЛЕБАНИЙ ЦЕПОЧКИ СВЯЗАННЫХ ВОЛНОВОДНЫХ РЕЗОНАТОРОВ**

С помощью численного эксперимента изучены свойства мультиплета в частотной зависимости коэффициента прохождения электромагнитной волны через цепочку связанных волноводных резонаторов. Для небольшого числа резонаторов решена актуальная проблема определения структуры стоячих волн, возникающих в цепочке при резонансном прохождении волны через нее. Обнаружены ограничения на использование общепринятой номенклатуры собственных колебаний в таких цепочках. Дана новая физическая трактовка тем видам колебаний, для которых в отдельных резонаторах цепочки не возбуждается стоячая волна. Такие колебания можно рассматривать как распад длинной цепочки связанных резонаторов на последовательность несвязанных между собой коротких цепочек. Полученные результаты могут быть использованы при разработке волноводных фильтров, антенн, линейных ускорителей, замедляющих систем. Ил. 11. Табл. 2. Библиогр.: 42 назв.

Ключевые слова: цепочка связанных резонаторов, мультиплет, резонансные волноводные неоднородности, коэффициент прохождения.

Цепочка связанных волноводных резонаторов (СВР) – это классический объект радиофизических исследований. Уникальные электродинамические свойства структур такого рода широко используются при конструировании замедляющих систем [1–6] (например, в лампах бегущей волны), линейных ускорителей [7–11], усилителей [12], фильтров [13–14]. История исследований СВР охватывает более полувека, однако в их теории еще остаются белые пятна. В первую очередь это относится к детализации физики процессов прохождения электромагнитной волны через цепочку СВР. Например, известно [4], что полоса пропускания цепочки СВР больше, чем у одиночного резонатора. Причина – в возникновении в цепочке СВР нескольких близких по частоте колебаний (мультиплета) с различными конфигурациями «пятен» стоячей волны. Однако в литературе практически невозможно найти детальное описание каждой составляющей такого мультиплета. Такая ситуация сложилась в первую очередь из-за того, что в большей части работ, посвященных этой тематике, используются приближенные методы анализа. Например, метод эквивалентных схем [15], падающих и отраженных волн [16–17], эквивалентных граничных условий [18–19]. Погрешность, которую допускают эти методы в численных результатах, не позволяет исследовать тонкую структуру возникающих мультиплетов, и сведения о них носят преимущественно качественный характер.

Следует отметить, что недостатка в точных методах анализа подобных структур на сегодняшний день нет. Известны хорошо зарекомендовавшие себя методы Римана–Гильберта [20–21], частичных областей [22–24], конформных отображений [25–28]. (Последний является асимптотически точным.) Однако, к сожалению, они до

сих пор не были применены для анализа собственных колебаний цепочек СВР.

Кроме этого, популярным является представление о том, что цепочку СВР можно рассматривать как диафрагмированный волновод, в котором может распространяться поверхностная (бегущая, медленная и т. п.) волна [29]. Как будет показано в настоящей работе, это весьма упрощенное представление. Хотя оно, безусловно, и имеет право на существование, но может приводить к серьезным ошибкам. Даже такая, на первый взгляд, простая задача, как определение качественной картины пучностей (или «пятен») стоячей волны, оказывается не всегда разрешимой с помощью представления о бегущих волнах в цепочке СВР.

Более разумным и естественным, по мнению автора, является изучение подобных структур с позиций теории резонансного рассеяния волн [30]. Если в волноводе имеется резонансная неоднородность (в данном случае – вся цепочка резонаторов целиком), то ее следует рассматривать как единый резонансный объем со своим уникальным спектром собственных частот. Все полосовые свойства такой цепочки могут быть объяснены взаимным расположением собственных частот и добротностью соответствующих колебаний. Свойство замедления волны, проходящей через такую цепочку, и ее частотная дисперсия обусловлены временем перекачки электромагнитной энергии от одного резонатора к другому.

В настоящей работе детально изучаются составляющие мультиплета цепочки СВР с помощью метода конечных разностей во временной области [31]. Этот метод, известный в англоязычной литературе под аббревиатурой *FDTD (Finite-Difference Time-Domain)*, достаточно универсален, точен и относительно прост в реализации. Эти

качества позволяют эффективно адаптировать его для моделирования и изучения электродинамических характеристик рассматриваемого объекта.

1. Математическая модель. Общий вид исследуемой структуры представлен на рис. 1. Плоскопараллельный волновод направлен вдоль оси z и содержит в себе N одинаковых резонаторов. Геометрия структуры и все компоненты поля не зависят от координаты x . Известно [32], что в этом случае электромагнитное поле разделяется на две поляризации: на E - и H -волны. В настоящей работе мы ограничимся случаем E -волн ($E_x, H_y, H_z \neq 0$). Ширина волновода a принята равной 1 м, и при необходимости все полученные результаты могут быть масштабированы к волноводу требуемых габаритов.

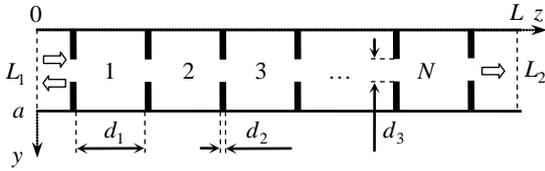


Рис. 1. Геометрия исследуемой структуры. Все волноводные резонаторы имеют одинаковые размеры

Цепочка СВР возбуждается импульсной TE_1 -волной

$$E_x(y, z, t) = u_1(z, t)\mu_1(y), \quad \mu_1(y) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi y}{a},$$

приходящей со стороны отрицательных z , которая, после взаимодействия с резонаторами, частично проходит и частично отражается от них. Такая двумерная модель эквивалентна трехмерной, описывающей прохождение волны TE_{01} через цепочку соответствующих резонаторов в волноводе с прямоугольным поперечным сечением [33]. (При данном выборе координатной системы эта волна является основной волной прямоугольного волновода [34].)

Решение начально-краевой задачи дифракции импульсной волны на такой цепочке СВР строится методом *FDTD*. Детали, касающиеся постановки этой задачи, ее дискретизации, построения эффективных численных алгоритмов и их реализации можно найти в работах [32, 35]. Отметим, что принципиально важным при численном решении оказывается корректное ограничение расчетного пространства с помощью поглощающих граничных условий на виртуальных границах L_1, L_2 , совпадающих с поперечными сечениями волновода. Использование точных поглощающих условий [35] позволяет построить такую разностную схему, в которой виртуальные границы не искажают моделируемые электромагнитные процессы, а погрешность, вносимая эти-

ми границами в решение, меньше погрешности самой разностной схемы при сколь угодно больших временах счета. Последнее свойство исключительно важно при моделировании резонансных объектов. Уходящая от резонатора волна, порожденная даже сравнительно низкодобротным колебанием, может взаимодействовать с виртуальной границей достаточно долго. Если поглощающее условие, задаваемое на этой границе, приводит к даже небольшим искажениям в профиле уходящей волны, то при достаточно больших временах счета ошибка, вносимая в решение поглощающим условием, может накапливаться вплоть до неприемлемого уровня. Точные поглощающие условия позволяют встраивать в конечно-разностные схемы неискажающие виртуальные границы и строить точные решения соответствующих начально-краевых задач.

Метод *FDTD* – достаточно гибкий и универсальный. При корректной численной реализации он позволяет рассчитывать трансформации импульсов практически произвольного временного профиля. Единственным ограничением здесь является шаг дискретизации по времени h_t : он должен быть намного меньше минимального периода колебаний в спектре волны. Проще говоря, компоненты электромагнитного поля не должны сильно меняться на временном интервале длительностью h_t . В остальном же временной профиль первичной волны может быть выбран произвольно.

В настоящей работе использовались два типа первичной волны: широкополосный – для исследования свойств СВР в полосе частот, и узкополосный – для исследования отдельных составляющих мультиплета СВР.

Амплитуда широкополосного импульса на виртуальной границе L_1 задавалась следующей функцией:

$$u_1^{inc}(0, t) = A S(t) \cos(k_c(t-T)) \frac{\sin(k_s(t-T))}{t-T}; \quad (1)$$

$$S(t) = x^2(3-2x), \quad x(t) = \begin{cases} (t-t_0)/(T-t_0), & t_0 \leq t \leq T, \\ (t-t_1)/(T-t_1), & T < t \leq t_1, \\ 0, & t < t_0, t > t_1, \end{cases} \quad (2)$$

при значениях параметров $t_0 = 0, t_1 = 50, T = 25, A = 4, k_c = 4,7 \text{ м}^{-1}, k_s = 1,5 \text{ м}^{-1}$. График этой функции показан на рис. 2, а. (Для удобства решения начально-краевой задачи, а также интерпретации получаемых результатов время нормировано на скорость света в вакууме [32] и измеряется в метрах.) Параметры импульса (1) подобраны так, чтобы его амплитудный спектр занимал полосу частот, в которой волновод поддерживает

одномодовый режим распространения (от $k = \pi$ до $k = 2\pi$), и принимал в этой полосе приблизительно постоянное значение.

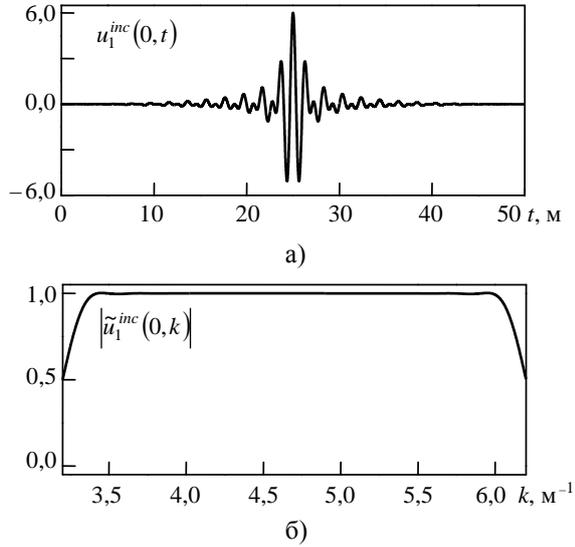


Рис. 2. Амплитуда первичной волны (а) и ее амплитудный спектр (б)

На рис. 2, б представлен амплитудный спектр этого импульса, рассчитанный с помощью интегрального преобразования Фурье

$$\tilde{f}(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{ikt} dt. \quad (3)$$

Решением начально-краевой задачи являются значения всех компонент поля во всех узлах вычислительной области во все моменты времени, до которых был доведен счет по разностной схеме. В пространственных точках, не совпадающих с узлами разностной сетки, поле может быть найдено с помощью интерполяционных формул. Из этого огромного массива данных, используя простую операцию скалярного умножения

$$u_1(z, t) = \int_0^a E_x(y, z, t) \mu_1(y) dy,$$

несложно выделить амплитуды уходящих волн $u_1^{sct}(0, t)$ и $u_1^{sct}(L, t)$ на виртуальных границах L_1 и L_2 . Из $u_1^{sct}(L, t)$, в свою очередь, с помощью преобразования (3) выделили энергетический коэффициент прохождения $T(k)$ через цепочку СВР [32].

Амплитуда узкополосного импульса задавалась функцией

$$u_1^{inc}(0, t) = A S(t) \cos(k_c(t - T)), \quad (4)$$

где $A = 1$, $t_0 = 0$, $T = t_1/2$ и огибающая импульса $S(t)$ определялась по формуле (2). Подбирая частоту k_c и длительность импульса t_1 , можно

настроить первичную волну так, чтобы она возбуждала в цепочке СВР только требуемое колебание из всего мультиплета, не «зацепив» при этом ни одно из соседних. Такая возможность превращает компьютерные программы, реализующие метод *FDTD*, в мощный инструмент для исследований. После того, как первичный импульс (4) перестает вносить энергию в цепочку СВР, в ней остается свободно колеблющееся электромагнитное поле, соответствующее нужной составляющей мультиплета. Построить распределение компонент полей такого колебания, и тем самым идентифицировать его, на этом этапе уже не представляет большой сложности.

Общая схема численного эксперимента, проведенного в рамках настоящей работы, состояла из двух основных этапов. Первый – цепочка СВР возбуждалась широкополосным импульсом (1), и для нее определялся коэффициент прохождения $T(k)$ в полосе частот от π до 2π . Второй – цепочка СВР возбуждалась узкополосными импульсами (4) с различными значениями частоты k_c и длительности t_1 . В результате каждая спектральная линия в мультиплете отождествлялась с определенным колебанием.

Все численные эксперименты проводились с помощью программного обеспечения, разработанного автором настоящей работы. Шаги дискретизации по пространственным переменным $h_y = h_z = 10^{-2}$ м, по времени $h_t = 5 \cdot 10^{-3}$ м.

Для всех представленных ниже результатов, если не оговорено иное, геометрические размеры резонаторов задавались следующими параметрами (рис. 1): $d_1 = 1,3$ м, $d_2 = 0,02$ м, $d_3 = 0,2$ м. Стенки всех проводников предполагаются идеально проводящими.

2. Идентификация спектральных линий.

Физика процесса прохождения электромагнитной волны через одиночный волноводный резонатор достаточно хорошо известна [30]. Первичная волна из левой части волновода возбуждает в резонаторе колебание, которое служит источником волны, уходящей в правую часть. При совпадении частоты падающей волны и собственной частоты резонатора амплитуды падающей и прошедшей волн совпадают по величине, и в системе имеет место резонанс полного прохождения. Эта ситуация иллюстрируется на рис. 3, а, где представлен коэффициент прохождения через одиночный резонатор и распределение компоненты поля E_x в резонаторе в режиме свободных колебаний, соответствующие двум резонансам полного прохождения. Резонансная частота колебания: для TE_{11} – $\tilde{k} \approx 3,9291013 \text{ м}^{-1}$, для TE_{12} – $\tilde{k} \approx 5,6654802 \text{ м}^{-1}$.

При добавлении второго резонатора частотная зависимость коэффициента прохождения через такую цепочку качественно меняется. Каждая спектральная линия расщепляется на две составляющие, т. е. превращается в дублет (рис. 3, б). Это известное физическое явление (см., например, [10, 36]), которое также имеет место и в системе двух связанных колебательных контуров, и даже в системе двух связанных механических маятников [37, 38].

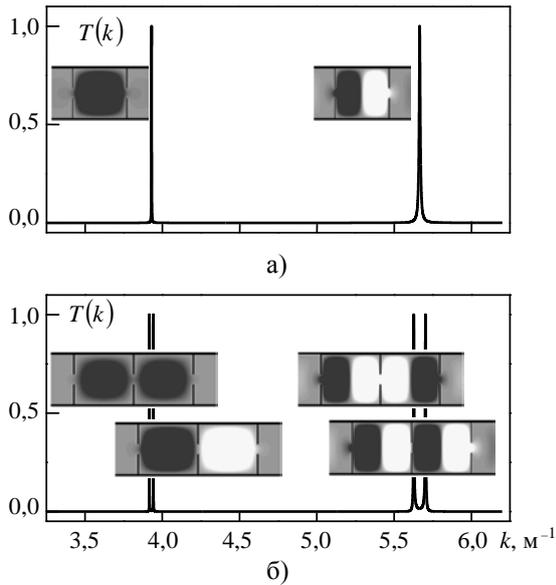


Рис. 3. Коэффициент прохождения через одиночный резонатор (а) и через два связанных резонатора (б)

Физика процессов, обуславливающих появление этого дублета, становится ясной после идентификации типа каждого колебания. Два резонатора в цепочке возбуждаются на одной из резонансных частот, но колебания в них совершаются либо синфазно, либо противофазно друг относительно друга. Синфазные колебания происходят на частоте $\tilde{k} \approx 3,9162366 \text{ м}^{-1}$, чуть меньшей, а противофазные – на частоте $\tilde{k} \approx 3,9422856 \text{ м}^{-1}$, чуть большей резонансной частоты одиночного резонатора. (Отметим в скобках, что хотя термины «синфазное» и «противофазное» колебание достаточно широко распространены в литературе, их использование, тем не менее, имеет свои ограничения. Например, для колебания TE_{12} низкочастотную линию дублета можно идентифицировать как противофазное колебание, а высокочастотную – как синфазное. Это прямо противоположно тому, что имеет место в случае колебания TE_{11} , и может приводить к определенной путанице. По-видимому, более универсальным способом идентификации коле-

баний была бы привязка не к синфазности стоячих волн в резонаторах цепочки, а к их симметрии или антисимметрии относительно центральной диафрагмы. В этом случае низкочастотные колебания дублетов всегда будут симметричными, а высокочастотные – антисимметричными. Далее мы ограничимся изучением мультиплетов, вызванных расщеплением спектральной линии колебания TE_{11} одиночного резонатора, так как они устроены наиболее просто.)

Прохождение электромагнитной волны через два связанных резонатора также может быть объяснено с позиции теории резонансного рассеяния на волноводной неоднородности. Для этого, как было сказано выше, цепочку из двух резонаторов надо рассматривать как единый резонансный объем, в котором можно возбудить два типа колебаний: синфазное и противофазное (симметричное и антисимметричное). Синфазное – это колебание с одним «пятном», но довольно сложной 8-подобной формы. Противофазное – это, по существу, колебание TE_{12} резонатора удвоенной длины с индуктивной диафрагмой в середине. Первичная волна, настроенная на резонансную частоту, возбуждает в этом едином резонансном объеме соответствующее колебание, которое служит источником вторичной волны в правом волноводе с амплитудой, равной амплитуде первичной волны.

Естественно, что форма и положение спектральных линий дублета зависят от параметров геометрии резонаторов. Меняя длину резонаторов d_1 , можно сдвигать спектральные линии по частотной оси. Меняя ширину щели связи d_3 , можно управлять шириной каждой линии (рис. 4). При этом с увеличением ширины щели наблюдаются три эффекта: дублет смещается в сторону низких частот, уменьшается добротность каждого колебания дублета и увеличивается расстояние между его спектральными линиями. Первые два эффекта обусловлены увеличением эффективного резонансного объема каждого резонатора. Последний – увеличением связи между резонаторами.

Что будет происходить с графиком коэффициента прохождения при добавлении в цепочку новых резонаторов? Рассуждая по аналогии со случаем двух резонаторов, можно было бы предположить, что в более длинных цепочках СВР каждый резонатор будет возбуждаться либо в фазе, либо в противофазе с каким-либо опорным резонатором, например, с первым. И коэффициент пропускания цепочки из N резонаторов будет содержать мультиплет из 2^{N-1} спектральных линий. (На самом деле последнее число надо

увеличить еще, так как для некоторых видов колебаний, как мы увидим ниже, возбуждаются не все резонаторы в цепочке.) В частности, для $N=3$ можно было бы ожидать мультиплет из 4 спектральных линий. Однако это не так.

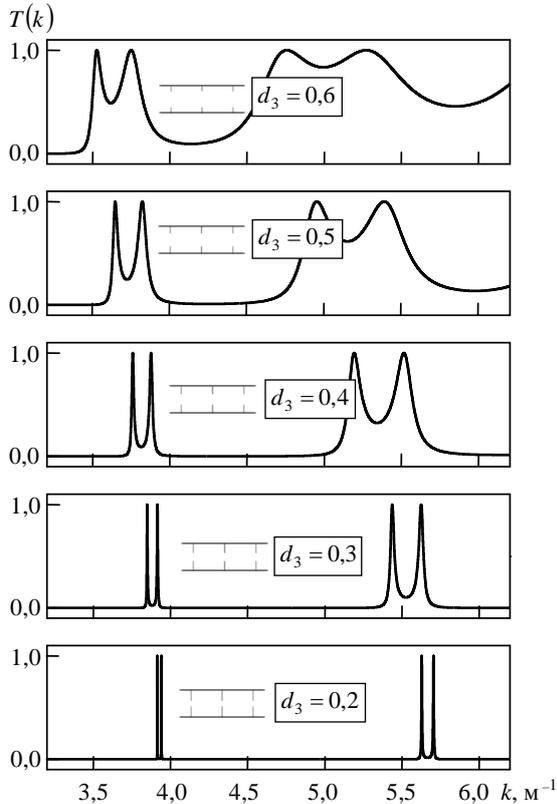


Рис. 4. Коэффициент прохождения через два резонатора для различных значений ширины щелей связи d_3

На рис. 5 представлены коэффициенты прохождения через цепочку из 3-х, 4-х и 5-ти резонаторов. Каждая спектральная линия одиночного резонатора распадается соответственно на 3, 4 и 5 компонент, т. е. число линий в мультиплете равно числу резонаторов в цепочке.

Эта закономерность хорошо известна. Например, для цепочки связанных колебательных контуров в теории цепей с сосредоточенными параметрами правило « N резонаторов – N собственных колебаний» выводится строго [37, 38]. Для цепочек СВР это правило также известно [9], однако здесь оно не выводится строго из уравнений Максвелла, а носит больше эмпирический характер. И, по большому счету, оно должно проверяться (численно или экспериментально) для каждой конкретной цепочки СВР. В теории магнетронов это правило также широко используется [3, 39–41]. При этом из-за азимутальной периодичности резонаторной системы магнетрона все колебания, кроме двух крайних по частоте, дважды вырождены [39–40].

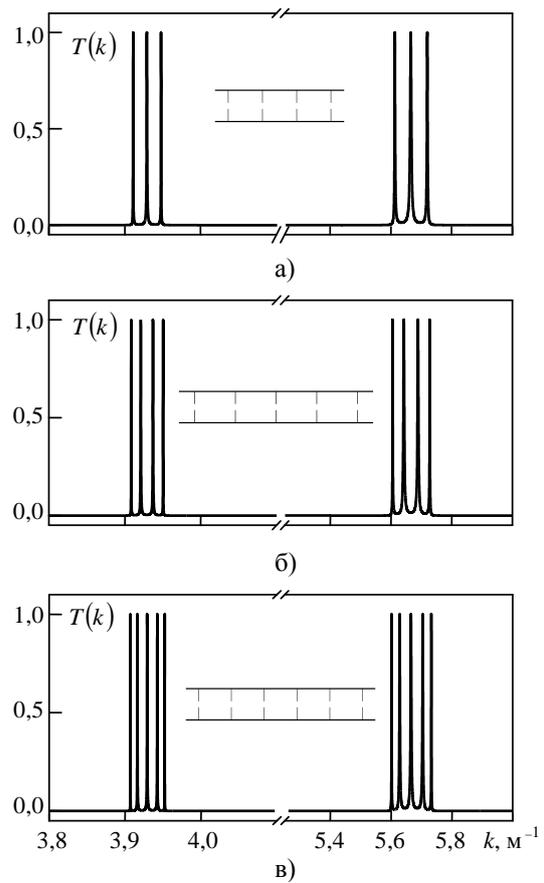


Рис. 5. Коэффициент прохождения через цепочку из 3-х (а), 4-х (б) и 5-ти (в) связанных резонаторов

Вопреки хорошо известному правилу « N резонаторов – N колебаний», далеко не все комбинации «пятен» стоячей волны могут быть физически реализованы в СВР. Основные характеристики спектральных линий для первых 6-ти мультиплетов приведены в табл. 1.

Изучая структуру стоячих волн, соответствующих линиям мультиплетов, можно выявить их основные особенности. Во-первых, любой резонатор в цепочке может находиться в одном из 3-х возможных состояний. А именно, резонатор может возбудиться либо в фазе с, например, первым резонатором, либо в противофазе с ним, либо может не возбудиться вовсе. В последнем случае в резонаторе сохраняется режим бегущей волны. Будем называть такие резонаторы «пустыми», подразумевая отсутствие в них стоячей волны. Во-вторых, имеет место аналогия с цепочкой связанных колебательных контуров, в которой амплитуды токов в каждом контуре распределены по синусоидальному закону вдоль цепочки [38]. Для самого низкочастотного колебания в мультиплете огибающая максимальных (минимальных) значений поля в каждом резонаторе имеет вид одной полуволны синуса. Поэтому во всех мульти-

Таблица 1

Вид колебаний	Структура стоячей волны	Резонансная частота $\tilde{k}, \text{м}^{-1}$
$N = 2$		
0		3,9162366
π		3,9422856
$N = 3$		
0		3,9109972
$\pi/2$		3,9290995
π		3,9478461
$N = 4$		
0		3,9084376
$\pi/3$		3,9211119
$2\pi/3$		3,9372082
π		3,9506044
$N = 5$		
0		3,9070112
$\pi/4$		3,9162354
$\pi/2$		3,9290987
$3\pi/4$		3,9422844
π		3,9521544
$N = 6$		
0		3,9061388
$\pi/5$		3,9131055
$2\pi/5$		3,9233352
$3\pi/5$		3,9349255
$4\pi/5$		3,9455930
π		3,9531066
$N = 7$		
0		3,9055674
$\pi/6$		3,9109964
$\pi/3$		3,9192252
$\pi/2$		3,9290980
$2\pi/3$		3,9391599
$5\pi/6$		3,9478454
π		3,9537320

плетах у этого колебания поля во всех резонаторах осциллируют синфазно с амплитудой, спадающей к краям цепочки. Для следующего по частоте колебания эта огибающая представляет собой две полуволны разного знака. Поэтому во всех мультиплетах картина стоячей волны у второго колебания имеет вид двух одинаковых групп синфазных «пятен», осциллирующих между собой в противофазе. Для третьего колебания огибающая – 3 полуволны синуса, и т. д. Для последней линии в мультиплете число полуволн огибающей равно числу резонаторов, и поле в каждом резонаторе осциллирует в противофазе с полем соседнего резонатора. Формирование таких синусоидальных огибающих обуславливает уменьшение числа линий в мультиплете до числа резонаторов и приводит к симметрии либо антисимметрии поля собственных колебаний относительно середины цепочки СВР. Стоячая волна первого колебания в каждом мультиплете (колебание 0-вида) всегда симметрична, второго – антисимметрична, третьего – симметрична и т. д.

Вопрос идентификации колебаний, соответствующих каждой линии в мультиплете для произвольного N , несколько сложнее. Общепринятая номенклатура этих колебаний в литературе описана довольно небрежно и строится на недостаточно строгих предположениях. При детальной проверке оказывается (см. ниже), что при больших N она не всегда позволяет корректно восстановить профиль стоячей волны.

Чтобы понять суть этой номенклатуры, надо представить стоячие волны в цепочке СВР в виде суперпозиции двух парциальных волн, бегущих навстречу друг другу [9]. Сделать это даже чисто умозрительно весьма непросто, так как диафрагмы между резонаторами являются в принципе запердельными, а ширина щелей связи d_3 может быть сколь угодно малой. Аналитическое представление еще сложнее, так как каждая щель служит источником большого набора высших, не распространяющихся, но, тем не менее, вносящих существенный вклад мод волновода.

Если сугубо формально произвести такую процедуру, то фаза каждой из этих парциальных волн в двух соседних резонаторах будет отличаться на некоторую постоянную величину ϕ , которой обозначают тип (вид) колебания (первая колонка табл. 1). В общем случае в цепочке из N резонаторов имеют место N колебаний с эквидистантными значениями ϕ [9]:

$$\phi = \pi q / (N - 1), \quad q = 0, 1, \dots, N - 1.$$

Для определения фазы стоячей волны в каждом резонаторе необходимо сложить комплексные амплитуды парциальных волн. Удобнее это сде-

лать с помощью круговой диаграммы, пример которой представлен на рис. 6.

Пусть, например, $N = 5$ и $\phi = \pi/4$. Полагая фазу колебаний парциальной волны распространяющейся слева направо, в 1-м резонаторе, равной 0, получим, что фазы в остальных резонаторах будут иметь значения $\pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi$, т. е. соответствовать точкам на верхней полуокружности на рис. 6, а. Затем ту же процедуру продельваем для 2-й парциальной волны, распространяющейся справа налево. В последнем резонаторе ее фаза совпадает с фазой первой парциальной волны. Поэтому на круговой диаграмме продолжаем движение от точки -1 с шагом по ϕ , равным $\pi/4$, приписывая получаемые значения – точки на нижней полуокружности – резонаторам, начиная с последнего (табл. 2).

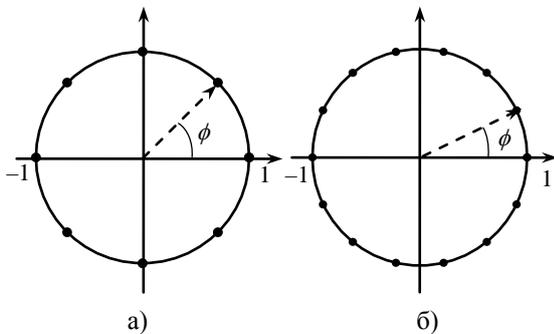


Рис. 6. Диаграммы для определения фаз колебаний в резонаторах цепочки: а) $N = 5$; б) $N = 8$

Наконец, фаза стоячей волны получается векторным суммированием радиус-векторов фаз парциальных составляющих из второй и третьей строк (см. последнюю строку табл. 2 и картину «пятен» стоячей волны в табл. 1).

Таблица 2

Номер резонатора	1	2	3	4	5
Фаза первой волны	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π
Фаза второй волны	0	$7\pi/4$	$3\pi/2$	$5\pi/4$	π
Фаза стоячей волны	0	0	–	π	π

Аналогично строятся картины стоячих волн для остальных значений N , меньших 8. При $N = 8$ описанный выше алгоритм дает сбой. Для колебаний вида $2\pi/7$ и $5\pi/7$ он приводит к картине стоячих волн во всех резонаторах цепочки, в чем можно убедиться с помощью диаграммы на рис. 6, б. В реальности же 3-й и 6-й резонаторы у этих колебаний остаются «пустыми» (рис. 7). При этом для всех остальных видов колебаний профили стоячих волн восстанавливаются правильно.

Аналогичная ситуация возникает и при $N = 9$: «пятна» стоячих волн восстанавливаются правильно для всех колебаний, кроме видов $2\pi/8$ и $6\pi/8$. Для этих видов алгоритм оставляет 3-й и 7-й резонаторы «пустыми». Правильная же картина стоячих волн показана на рис. 8.

Причина такого расхождения лежит в ошибочности исходного предположения о возможности представить поле в цепочке СВР в виде суперпозиции двух парциальных бегущих волн с постоянной разностью фаз в двух соседних резонаторах.

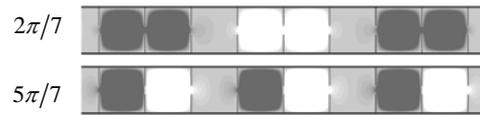


Рис. 7. Стоячие волны для колебаний вида $2\pi/7$ и $5\pi/7$ при $N = 8$



Рис. 8. Стоячие волны для колебаний вида $2\pi/8$ и $6\pi/8$ при $N = 9$

Поэтому использование общепринятой номенклатуры колебаний, основанной на указании фазового сдвига в парциальных бегущих волнах, обосновано только для цепочек с числом резонаторов меньше 8. В более длинных цепочках знание этого фазового сдвига уже не позволяет корректно восстановить картину стоячих волн для произвольной спектральной линии мультиплета, и проблема идентификации колебаний в таких длинных цепочках остается открытой. (Исключением здесь являются разве что колебания 0-, $\pi/2$ - и π -вида, которые идентифицируются правильно для любого N .) Использование этой номенклатуры при $N \geq 8$ допустимо, однако оно становится сугубо формальным и, по существу, эквивалентно простой перенумерации спектральных линий.

3. Колебания с «пустыми» резонаторами.

Интересными с физической точки зрения представляются случаи, когда отдельные резонаторы в цепочке не возбуждаются. Колебаниям такого вида можно дать простую и наглядную интерпретацию. Поскольку в этих резонаторах нет стоячей волны, – в них сохраняется режим бегущей волны, – то можно считать, что при возбуждении таких колебаний вся цепочка СВР распадается на цепочку несвязанных резонаторов (в случае колебаний вида $\pi/2$). Либо, в общем случае, на цепочку из несвязанных цепочек СВР. «Пустые» резонаторы в данном случае просто играют роль

отрезков волновода, соединяющих два соседних несвязанных резонатора (цепочки). Каждый из этих несвязанных резонаторов передает электромагнитную энергию из левого плеча в правое в режиме резонанса полного прохождения, как это имело место в случае одиночного волноводного резонатора (рис. 3, а). В целом же, работа несвязанных фрагментов цепочки напоминает работу конвейера: все, что пришло от i -го звена на вход $(i+1)$ -го, полностью им передается далее вдоль цепочки.

Косвенным подтверждением корректности такой трактовки является хорошее совпадение резонансных частот, например, колебаний вида $\pi/2$ в цепочках из 3-х, 5-ти и 7-ми резонаторов и колебания одиночного резонатора. В данном примере разница этих частот находится в седьмом десятичном знаке (см. табл. 1), что свидетельствует о крайне малом влиянии друг на друга 1-го, 3-го, 5-го и 7-го резонаторов.

Можно также заметить хорошее совпадение частот колебаний вида $\pi/4$ и $3\pi/4$ в цепочке из 5-ти резонаторов с частотами колебаний 0- и π -вида в цепочке из 2-х резонаторов. Это совпадение также является следствием распада 5-резонаторной цепочки на две несвязанные 2-резонаторные.

Такая трактовка отдельных видов колебаний, как распад длинной цепочки СВР на последовательность несвязанных между собой более коротких цепочек, оказывается весьма наглядной и полезной с практической точки зрения.

Во-первых, она позволяет проследить закономерности в структуре «пятен» стоячих волн в длинных цепочках, опираясь на знания структуры колебаний в цепочках меньшей длины. Действительно, можно заметить, что «пустые» резонаторы всегда расположены между идентичными цепочками с идентичной картиной стоячих волн. Этот факт приводит к физически очевидному выводу. Можно взять цепочку из N резонаторов, присоединить к ней один «пустой» резонатор, а к нему, в свою очередь, еще одну такую же цепочку из N резонаторов. Структура «пятен» стоячих волн в первом N -резонаторном фрагменте не поменяется, так как он практически не связан со вторым N -резонаторным фрагментом. Структура же «пятен» во втором фрагменте целиком определяется частотой падающей волны и будет либо полностью совпадать со структурой в первом, либо отличаться от нее по фазе на π радиан. Очевидно, что и частоты соответствующих колебаний цепочек из N и из $2N+1$ резонатора будут совпадать с хорошей точностью. Эту процедуру можно повторить любое число раз, тем самым установив структуру соответствующего колебания в цепочках из $2N+1$, $3N+2$, $4N+3$ и

т. д. резонаторов. Сказанное иллюстрируется на рис. 9, где приведены резонансные частоты линий мультиплетов при различных количествах резонаторов в цепочке. Стрелками обозначены почти совпадающие частоты колебаний в цепочках различной длины. Как и следовало ожидать, эти частоты эквидистантны по оси N .

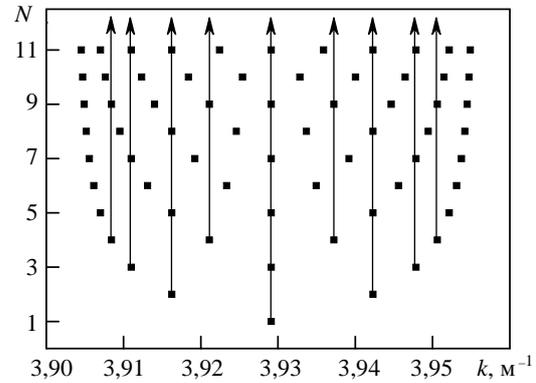


Рис. 9. Частоты собственных колебаний при различных количествах N резонаторов в цепочке

Во-вторых, трактовка отдельных колебаний как распада цепочки на одинаковые звенья позволяет производить более-менее эффективное прореживание спектральных линий в мультиплете. Меняя длину d_1 «пустых» секций, можно разрушать (или существенно подавлять) те колебания, для которых в этих секциях возбуждается стоячая волна. И наоборот: колебания, у которых в деформируемой секции нет стоячей волны, почти не «почувствуют» эту деформацию. В качестве иллюстрации на рис. 10, а представлен коэффициент прохождения через цепочку СВР из 9 идентичных резонаторов. Мультиплет состоит из 9 линий, центральная из которых соответствует колебанию вида $\pi/2$ с каждым четным «пустым» резонатором. Уменьшение длин каждого четного резонатора до значения $d_1 = 0,2$ м делает геометрию цепочки близкой к 5-резонаторной структуре, и, соответственно, оставляет в мультиплете 5 спектральных линий (рис. 10, б). При этом частота колебания вида $\pi/2$ немного сдвигается из-за возросшего влияния друг на друга нечетных резонаторов. Выбрав длины четных резонаторов неодинаковыми, можно нарушить симметрию цепочки СВР и радикально исказить форму мультиплета (рис. 10, в), сохранив при этом колебание вида $\pi/2$.

Такая техника прореживания спектра широко используется, — при другой поляризации поля, — в ускорительной технике [9]. Здесь число резонаторов в цепочке может быть очень велико и актуальна проблема так называемого частотного разделения, т. е. увеличения расстояния между

частотой рабочего колебания и ближайшего к нему соседнего.

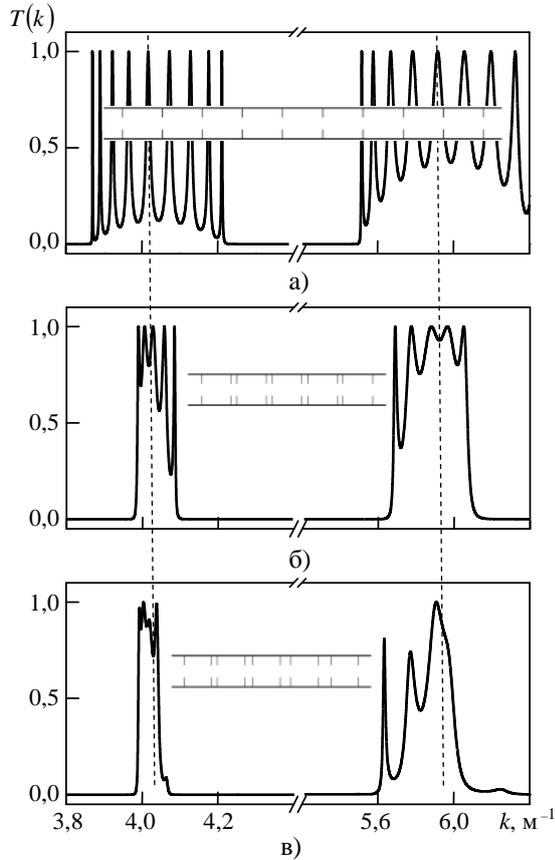


Рис. 10. Коэффициент прохождения через цепочку из 9 резонаторов: а) идентичных, с параметрами $d_1 = 1,1$ м, $d_2 = 0,02$ м, $d_3 = 0,4$ м; б) длина каждого четного резонатора $d_1 = 0,2$ м; в) длины четных резонаторов 0,2; 0,3; 0,4 и 0,5 м

Колебание вида $\pi/2$ удобно (и востребовано) для этих целей, однако, оно не единственное из всех возможных. Наряду с ним весьма перспективными выглядят колебания, получаемые, например, повторением 2-звенных несвязанных цепочек с противофазными колебаниями (колебания $5\pi/7$ в 8-резонаторной цепочке и т. п.).

4. Полосовые свойства цепочек СВР.

Анализ данных о частотах мультиплета (см. рис. 9) позволяет сделать вывод о монотонном расширении с ростом N частотной полосы, занимаемой мультиплетом. Однако скорость расширения очень быстро уменьшается, и существует предел для значения ширины этой полосы (которую можно определить как, например, расстояние между крайними максимумами мультиплета). Существование этого предела следует из существования соседних мультиплетов, образованных расщеплением линий колебаний TE_{12} , TE_{13} и т. д. одиночного резонатора. Это утверждение становится очевидным после рассмотрения картин стоячих волн колебания π -вида у k -го мульт-

иплета и колебания 0-вида у $(k+1)$ -го мультиплета. На практически одной и той же длине, равной длине всей цепочки СВР, у первого колебания будет kN пучностей стоячей волны, а у второго – $(k+1)N$, что означает, что частота второго колебания всегда больше частоты первого. Поскольку частота колебания 0-вида всегда меньше частоты соответствующего колебания одиночного резонатора \tilde{k} , то последовательность значений ширин полос ограничена сверху значением \tilde{k} . Из чего следует существование предела для ширины мультиплета.

Увеличивая число резонаторов в цепочке, можно довольно быстро заполнить практически всю максимально возможную для каждого мультиплета полосу частот. Если при этом каждое колебание будет достаточно низкочастотным, то коэффициент прохождения в каждой полосе будет стремиться к единичному значению, образуя сплошную полосу пропускания.

Пример полосовых характеристик таких цепочек приведен на рис. 11.

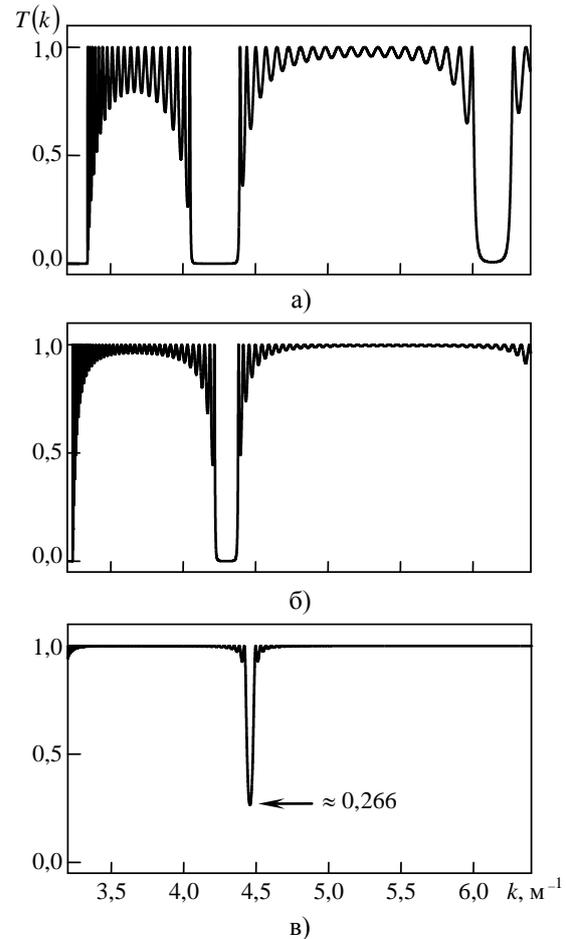


Рис. 11. Коэффициенты прохождения через цепочки СВР с параметрами: а) $N = 20$, $d_1 = 1,2$ м, $d_2 = 0,02$ м, $d_3 = 0,7$ м; б) $N = 40$, $d_1 = 1,1$ м, $d_2 = 0,01$ м, $d_3 = 0,8$ м; в) $N = 60$, $d_1 = 1,0$ м, $d_2 = 0$ м, $d_3 = 0,9$ м

Уменьшая размеры межрезонаторных стенок (толщину и поперечные размеры), можно добиться коэффициента прохождения, близкого к 1 в широком диапазоне частот. По существу, рис. 11 демонстрирует постепенный переход от цепочки волноводных резонаторов к гофрированному фрагменту волновода. На рис. 11, в представлен случай, когда межрезонаторные стенки трансформировались в очень узкие, шириной всего в 0,05 поперечника волновода, и толщиной, равной 0, металлические пластины. (Метод *FDTD* позволяет эффективно моделировать бесконечно тонкие металлические элементы.)

Из графиков на рис. 11 следует, что можно подобрать параметры СВР так, что между полосами пропускания, образованными двумя соседними мультиплетами, останется узкая полоса запираия с коэффициентом отражения, близким к 1. Наличие такой узкой зоны запираия открывает возможности для конструирования узкополосных волноводных отражателей («зеркал»), которые, по всей видимости, могли бы эффективно работать и в многомодовом диапазоне волновода. Однако для более точной оценки такой возможности требуется дополнительное исследование.

Таким образом, цепочки СВР – это уникальный физический объект, который может обладать как узкополосными, так и широкополосными свойствами. Управлять его характеристиками можно, меняя число резонаторов и их геометрические размеры. Техника матмоделирования, развитая, в частности, и в настоящей работе, позволяет сделать этот процесс более эффективным и наглядным.

Выводы. В настоящей работе исследованы процессы резонансного рассеяния волн в цепочке СВР. Изучены основные свойства мультиплетов, возникающих в коэффициенте прохождения электромагнитной волны через такую цепочку. Обнаружено, что общепринятая номенклатура колебаний в такой цепочке не всегда позволяет корректно восстановить профиль стоячих волн, соответствующих линиям мультиплета. По этой причине при числе резонаторов в цепочке больше 7 использовать эту номенклатуру следует с большой осторожностью.

Предложена новая трактовка тех видов колебаний в цепочке СВР, у которых отдельные резонаторы остаются «пустыми». Такой режим работы цепочки можно интерпретировать как ее распад на несвязанные между собой фрагменты. Эта интерпретация позволяет, в частности, определять профили стоячих волн (отдельных колебаний) в длинных цепочках, основываясь на знаниях о стоячих волнах в цепочках с меньшим числом резонаторов.

Формат журнальной публикации не позволяет представить здесь динамику полей в це-

почках СВР. Поэтому в [42] выложены на хранение открытые для общего доступа несколько видеофайлов, демонстрирующих временные процессы резонансного прохождения волны через цепочки с небольшим числом резонаторов.

В заключение автор выражает благодарность В. З. Мазуру (ИРЭ НАНУ, Лаборатория математической физики) за помощь в обработке массивов цифровых данных и участие в обсуждении полученных результатов, С. А. Штенко (ИРЭ НАНУ, Лаборатория вычислительной электродинамики) и В. В. Хардикову (Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, кафедра теоретической радиофизики) за ряд существенных замечаний, высказанных в ходе подготовки к печати настоящей работы.

Библиографический список

1. Тараненко З. И., Трохименко Я. К. Замедляющие системы. К.: Техніка, 1965. 308 с.
2. Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы. М.: Советское радио, 1966. 632 с.
3. Дулин В. Н. Электронные и квантовые приборы СВЧ. М.: Энергия, 1972. 224 с.
4. Воскобойник М. Ф., Черников А. И. Техника и приборы СВЧ. М.: Радио и связь, 1982. 208 с.
5. Григорьев А. Д., Янкевич В. Б. Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ. Численные методы расчета и проектирования. М.: Радио и связь, 1984. 248 с.
6. Григорьев А. Д. Электродинамика и техника СВЧ. М.: Вышш. школа, 1990. 335 с.
7. Вальднер О. А., Власов А. Д., Шальнов А. В. Линейные ускорители. М.: Атомиздат, 1969. 248 с.
8. Бурштейн Э. Л., Воскресенский Г. В. Линейные ускорители электронов с интенсивными пучками. М.: Атомиздат, 1970. 192 с.
9. Лебедев А. Н., Шальнов А. В. Основы физики и техники ускорителей: в 3 т. М.: Энергоатомиздат, 1983. Т. 3. 200 с.
10. Humphries S. Jr. Principles of charged particle acceleration. New York: Wiley, 1986. 582 p.
11. Knapp E. A., Knapp B. C., Potter J. M. Standing Wave High Energy Linear Accelerator Structures. *The review of scientific instruments*. 1968. vol. 39, N 7. P. 979–991.
12. Захарченко Ю. Ф., Силицын Н. И., Гуляев Ю. В. Электродинамические характеристики цепочки связанных многозонарных резонаторов низковольтных многолучевых СВЧ-усилителей с поперечно-протяженным типом взаимодействия. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2007. Т. 12. № 10. С. 37–41.
13. Модель А. М. Фильтры СВЧ в радиорелейных системах. М.: Связь, 1967. 353 с.
14. Маттей Г. Л., Янг Л., Джонс Е. М. Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи: в 2 т. М.: Связь, 1971. Т. 1. 439 с.
15. Кузнецов А. П., Рожнев А. Г. О методе эквивалентных схем в теории цепочек связанных резонаторов. *Радиотехника и электроника*. 1983. № 11. С. 2199–2205.
16. Иванников В. И., Черноусов Ю. Д., Шеболаев И. В. Свойства связанных резонаторов. *Радиотехника и электроника*. 2000. Т. 45. № 2. С. 180–184.
17. Черноусов Ю. Д., Иванников В. И., Шеболаев И. В., Левичев А. Е., Павлов В. М. Полосовые характеристики связанных резонаторов. *Радиотехника и электроника*. 2010. Т. 55. № 8. С. 923–929.
18. Казанский В. Б., Туз В. Р., Хардилов В. В. Каскадное соединение аксиально-симметричных неоднородных резо-

- наторов с импедансными стенками. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2006. Т. 11. № 2. С. 159–168.
19. Казанский В. Б., Туз В. Р., Хардилов В. В. Электродинамическая теория композитных сред. Харьков: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2015. 220 с.
 20. Щербак В. В. Двойные равнощелевые волноводные препятствия. *Радиотехника*. 1965. Вып. 1. С. 42–57.
 21. Шестопалов В. П., Щербак В. В. Неоднородности в прямоугольных волноводах. Двойные ленточные препятствия. *Радиотехника и электроника*. 1966. Т. 11. Вып. 6. С. 1066–1075.
 22. Кисунько Г. В. Электродинамика полых систем. Ленинград: Изд-во ВКАС, 1949. 426 с.
 23. Приколотин С. А., Кириленко А. А. Метод частичных областей с учетом особенностей во внутренних задачах с произвольными кусочно-координатными границами. Часть 1. Спектры собственных волн ортогонных волноводов. *Радиофизика и электроника*. 2010. Т. 15. № 1. С. 17–29.
 24. Стешенко С. А., Приколотин С. А., Кириленко А. А., Кулик Д. Ю., Рудь Л. А., Сенкевич С. Л. Метод частичных областей с учетом особенностей во внутренних задачах с произвольными кусочно-координатными границами. Часть 2. Плоско-поперечные соединения и «in-line» объекты. *Радиофизика и электроника*. 2013. Т. 4(18). № 3. С. 13–21.
 25. Мильчо М. В. Использование конформных отображений для расчета высокочастотных полей в периодических структурах. *Радиофизика и электроника*. 1998. Т. 3. № 1. С. 20–27.
 26. Мильчо М. В. Метод конформных отображений для расчета высокочастотных электромагнитных полей в замедляющих системах. Часть 1. Случай больших замедлений. *Радиофизика и электроника*. 2003. Т. 8. № 1. С. 136–147.
 27. Мильчо М. В. Метод конформных отображений для расчета высокочастотных электромагнитных полей в замедляющих системах. Часть 2. Электродинамические решения эквивалентные электростатическим. *Радиофизика и электроника*. 2003. Т. 8. № 2. С. 259–268.
 28. Мильчо М. В. Метод конформных отображений для расчета высокочастотных электромагнитных полей в замедляющих системах. Часть 3. Анализ конкретных систем. *Радиофизика и электроника*. 2003. Т. 8. № 3. С. 374–385.
 29. Семенов Н. А. Техническая электродинамика. М.: Связь, 1973. 480 с.
 30. Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Рудь Л. А. Резонансное рассеяние волн. Т. 2. Волноводные неоднородности. К.: Наук. думка, 1986. 216 с.
 31. Taflov A. Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method. Boston, London: Artech House, 2000. 872 p.
 32. Кравченко В. Ф., Сиренко Ю. К., Сиренко К. Ю. Преобразование и излучение электромагнитных волн открытыми резонансными структурами. Моделирование и анализ переходных и установившихся процессов. М.: ФИЗМАТ-ЛИТ, 2011. 320 с.
 33. Левин Л. Теория волноводов. Методы решения волноводных задач. М.: Радио и связь, 1981. 312 с.
 34. Ширман Я. Д. Радиоволноводы и объемные резонаторы. М.: Связьиздат, 1959. 380 с.
 35. Сиренко К. Ю., Сиренко Ю. К. Точные «поглощающие» условия в начально-краевых задачах теории открытых волноводных резонаторов. *Журнал вычислит. математики и матем. физики*. 2005. Т. 45. № 3. С. 509–525.
 36. Калитеевский М. А. Оптические свойства системы двух связанных вертикальных микрорезонаторов. *Журнал технической физики*. 1998. Т. 68, № 5. С. 94–97.
 37. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. М.: Наука, 1964. 440 с.
 38. Мигулин В. В., Медведев В. И., Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. Основы теории колебаний. М.: Наука, 1978. 392 с.
 39. Лебедев И. В. Техника и приборы сверхвысоких частот: в 2 т. М.: Высш. школа, 1972. Т. 2. 376 с.
 40. Березин В. М., Буряк В. С., Гутцайт Э. М., Марин В. П. Электронные приборы СВЧ. М.: Высш. школа, 1985. 296 с.
 41. Харвей А. Ф. Техника сверхвысоких частот: в 2 т. М.: Сов. радио, 1965. Т. 1. 784 с.
 42. Google диск. URL: <https://drive.google.com/folderview?id=0B6bExjyOkJGHT1A5ZHZfMk9DSVE&usp=sharing>

REFERENCES

1. TARANENKO, Z. I., TROHIMENKO, Ja. K., 1965. Slowing system. Kyev: Tehnika Publ. (in Russian).
2. SILIN, R. A., SAZONOV, V. P., 1966. Slowing system. Moscow: Sovetskoe Radio Publ. (in Russian).
3. DULIN, V. N., 1972. Electronic and Quantum UHF devices. Moscow: Energiya Publ. (in Russian).
4. VOSKOBOJNIK, M. F., CHERNIKOV, A. I., 1982. Equipment and Microwave Devices. Moscow: Radio i Svyaz' Publ. (in Russian).
5. GRIGORE'V, A. D., JANKEVICH, V. B., 1984. Resonators and resonator slowing the microwave system. Numerical methods of calculation and design. Moscow: Radio i Svyaz' Publ. (in Russian).
6. GRIGORE'V, A. D., 1990. Electrodynamics and SHF equipment. Moscow: Vysshaya shkola Publ. (in Russian).
7. VAL'DNER, O. A., VLASOV, A. D., SHAL'NOV, A. V., 1969. Linear accelerators. Moscow: Atomizdat Publ. (in Russian).
8. BURSHTEJN, Je. L., VOSKRESENSKIJ, G. V., 1970. Linear electron accelerators with intense beams. Moscow: Atomizdat Publ. (in Russian).
9. LEBEDEV, A. N., SHAL'NOV, A. V., 1983. Fundamentals of physics and technology. Moscow: Energoatomizdat Publ. vol. 3. (in Russian).
10. HUMPHRIES, S. Jr., 1986. Principles of charged particle acceleration. New York: Wiley.
11. KNAPP, E. A., KNAPP, B. C., POTTER, J. M., 1968. Standing Wave High Energy Linear Accelerator Structures. *The review of scientific instruments*. vol. 39, no. 7. pp. 979–991.
12. ZAHARCHENKO, Ju. F., SINICYN, N. I., GULJAEV, Ju. V., 2007. Electrodynamics characteristics associated chains multi-gap resonators low-volt multi-beam microwave amplifiers with the pope-RIVER-extended type of interaction. *Jelektromagnitnye volny i jelektronnye sistemy*. vol. 12, no. 10, pp. 37–41 (in Russian).
13. MODEL', A. M., 1967. The filters in the microwave radio-relay systems. Moscow: Svyaz' Publ. (in Russian).
14. MATTEJ, G. L., JANG, L., DZHONS, E. M. T., 1971. Microwave filters, matching networks, and coupling circuit. Moscow: Svyaz' Publ. vol. 1. (in Russian).
15. KUZNECOV, A. P., ROZHNEV, A. G., 1983. On the method of equivalent circuits in the theory of chains coupled resonators. *Radiotekhnika i Elektronika*. no. 11, pp. 2199–2205 (in Russian).
16. IVANNIKOV, V. I., CHERNOUSOV, Ju. D., SHEBOLAEV, I. V., 2000. Properties of coupled resonators. *Radiotekhnika i Elektronika*. vol. 45, no. 2, pp. 180–184 (in Russian).
17. CHERNOUSOV, Ju. D., IVANNIKOV, V. I., SHEBOLAEV, I. V., LEVICHEV, A. E., PAVLOV, V. M., 2010. The band-pass characteristics of coupled resonators. *Radiotekhnika i Elektronika*. vol. 55, no. 8, pp. 923–929 (in Russian).
18. KAZANSKIJ, V. B., TUZ, V. R., HARDIKOV, V. V., 2006. Cascading axially symmetric inhomogeneous resonator with impedance walls. *Radiofizika i Radioastronomija*. vol. 11, no. 2, pp. 159–168 (in Russian).
19. KAZANSKIJ, V. B., TUZ, V. R., HARDIKOV, V. V., 2015. Electrodynamics theory of composite media. Kharkov: HNU imeni V. N. Karazina Publ. (in Russian).
20. SHHERBAK, V. V., 1965. Double slotted waveguide still obstacles. *Radiotekhnika*. Iss. 1, pp. 42–57 (in Russian).
21. SHESTOPALOV, V. P., SHCHERBAK, V. V., 1966. Discontinuity in rectangular waveguides. Dual Band obstacles. *Radio-*

- tehnika i Elektronika*. vol. 11, Iss. 6, pp. 1066–1075 (in Russian).
22. KISUN'KO, G. V., 1949. Electrodynamics hollow systems. Leningrad: VKAS Publ. (in Russian).
 23. PRIKOLOTIN, S. A., KIRILENKO, A. A., 2010. The method of partial areas, taking into account peculiarities of the internal problems with arbitrary piecewise coordinate boundaries. Part 1. The spectra of natural waves orthog- waveguides. *Radiofizika i Elektronika*. vol. 15, no. 1, pp. 17–29 (in Russian).
 24. STESHENKO, S. A., PRIKOLOTIN, S. A., KIRILENKO, A. A., KULIK, D. Ju., RUD', L. A., SENKEVICH, S. L., 2013. The method of partial areas, taking into account peculiarities of the internal problems with arbitrary piecewise coordinate boundaries. Part 2. Flat cross-connections and «in-line» objects. *Radiofizika i Elektronika*. vol. 4 (18), no. 3, pp. 13–21 (in Russian).
 25. MIL'CHO, M. V., 1998. The use of conformal mappings for calculation of high-frequency fields in periodic structures. *Radiofizika i Elektronika*. vol. 3, no. 1, pp. 20–27 (in Russian).
 26. MIL'CHO, M. V., 2003. Conformal mapping method for the calculation of high-frequency electromagnetic fields in the slowing down system. Part 1. The case of large decelerations. *Radiofizika i Elektronika*. vol. 8, no. 1, pp. 136–147 (in Russian).
 27. MIL'CHO, M. V., 2003. Conformal mapping method for the calculation of high-frequency electromagnetic fields in the slowing down system. Part 2. Electrodynamical equivalent electrostatic solutions. *Radiofizika i Elektronika*. vol. 8, no. 2, pp. 259–268 (in Russian).
 28. MIL'CHO, M. V., 2003. Conformal mapping method for the calculation of high-frequency electromagnetic fields in the slowing down system. Part 3. Analysis of specific systems. *Radiofizika i Elektronika*. vol. 8, no. 3, pp. 374–385 (in Russian).
 29. SEMENOV, N. A., 1973. Technical electrodynamics. Moscow: Svjaz' Publ. (in Russian).
 30. SHESTOPALOV, V. P., KIRILENKO, A. A., RUD', L. A., 1986. Resonant scattering of waves. Vol. 2. Waveguide inhomogeneities. Kyev: Naukova Dumka Publ. (in Russian).
 31. TAFLOVE, A., 2000. Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method. Boston, London: Artech House.
 32. KRAVCHENKO, V. F., SIRENKO, Yu. K., SIRENKO, K. Yu., 2011. Convert and radiation of electromagnetic waves open resonant structures. Modeling and Analysis of transition and established processes. Moscow: Fizmatlit Publ. (in Russian).
 33. LEVIN, L., 1981. Theory of waveguides. Methods for solving problems of the waveguide. Moscow: Radio i Svyaz' Publ., 312 p. (in Russian).
 34. SHIRMAN, Ya. D., 1959. Radio waveguides and cavity resonators. Moscow: Svyaz'izdat Publ. (in Russian).
 35. SIRENKO, K. Yu., SIRENKO, Yu. K., 2005. Exact "absorbing" conditions in the initial-boundary value problems of the theory of open waveguide resonators. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki*. vol. 45, no. 3, pp. 509–525 (in Russian).
 36. KALITEEVSKII, M. A., 1998. The optical properties of the system of two coupled vertical microcavities. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*. vol. 68, no. 5, pp. 94–97 (in Russian).
 37. STRELKOV, S. P., 1964. Introduction to the theory of oscillations. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
 38. MIGULIN, V. V., MEDVEDEV, V. I., MUSTEL', E. R., PARYGIN, V. N., 1978. Fundamentals of the theory of vibrations. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
 39. LEBEDEV, I. V., 1972. Equipment and devices at microwave frequencies. Moscow: Vysshaya shkola Publ., vol. 2. (in Russian).
 40. BEREZIN, V. M., BURYAK, V. S., GUTTSAIT, E. M., MARIN, V. P., 1985. Electronic microwave devices. Moscow: Vysshaya shkola Publ. (in Russian).
 41. KHARVEI, A. F., 1965. Technique microwave frequency. Moscow: Sovetskoe Radio Publ., vol. 1. (in Russian).
 42. Google disk [online] – Available from: <https://drive.google.com/folderview?id=0B6bExjyOkJGHT1A5ZHfMk9DSVE&usp=sharing>

Рукопись поступила 31.10.2016.

V. L. Pazynin

MULTIPLER PROPERTIES IN THE SPECTRUM OF OSCILLATIONS OF COUPLED WAVEGUIDE RESONATORS CHAIN

The multiplet properties in the frequency dependence of the transmission coefficient of an electromagnetic wave through the chain of coupled waveguide resonators are investigated by means of a numerical experiment. For a small number of resonators the actual problem of determining the structure of standing waves resulting in a chain at resonance wave pass through it has been solved. The restrictions on the usage of standard nomenclature of oscillations in such chains are detected. A new physical treatment of the oscillations in which a standing wave is not excited in particular chain resonators is suggested. These oscillations may be interpreted as the breakup of a long chain of coupled resonators into the sequence of uncoupled shorter ones. The results can be used in the development of waveguide filters, antennas, linear accelerators, slow-wave structures.

Key words: chain of coupled resonators, multiplet, resonant waveguide inhomogeneities, transmission coefficient.

В. Л. Пазынін

ВЛАСТИВОСТІ МУЛЬТИПЛЕТУ В СПЕКТРІ КОЛИВАНЬ ЛАНЦЮЖКА ЗВ'ЯЗАНИХ ХВИЛЕВОДНИХ РЕЗОНАТОРІВ

За допомогою чисельного експерименту вивчені властивості мультиплету у частотній залежності коефіцієнта проходження електромагнітної хвилі крізь ланцюжок зв'язаних хвилеводних резонаторів. Для невеликого числа резонаторів вирішена актуальна проблема визначення структури стоячих хвиль, що виникають в ланцюжку при резонансному проходженні хвиль. Виявлено обмеження на використання загальноприйнятої номенклатури коливань у таких ланцюжках. Дано нове фізичне трактування тим видам коливань, у яких в окремих резонаторах ланцюжка не збуджується стояча хвиля. Такі коливання можна розглядати як розпад довгого ланцюжка зв'язаних резонаторів на послідовність нез'язаних між собою більш коротких ланцюжків. Отримані результати можуть бути використані при розробці хвилеводних фільтрів, антен, лінійних прискорювачів, уповільнюючих систем.

Ключові слова: ланцюжок зв'язаних резонаторів, мультиплет, резонансні хвилеводні неоднорідності, коефіцієнт проходження.